Los experimentos no realizados no tienen resultados

Adán Cabello

Según la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica, el resultado de un experimento no existe hasta que se hace ese experimento. Dicho de otro modo, el resultado de un experimento sobre un sistema físico no revela ninguna propiedad que poseyese el sistema físico antes de hacer el experimento, sino que, como diría John Wheeler, es un "acto elemental de creación". Esta peculiaridad se manifiesta en el hecho de que la mecánica cuántica no sea una teoría predictiva en el mismo sentido en que lo era la mecánica clásica: la mecánica cuántica no permite predecir el resultado de un experimento individual, sino sólo la probabilidad de que se produzca uno u otro resultado.

Si la interpretación ortodoxa es la correcta, esta peculiaridad limita severamente las posibles concepciones de la naturaleza consistentes con la mecánica cuántica. Por ejemplo, ya no sería posible pensar en un universo en el que todo tiene una existencia "real" (objetiva) completamente independiente de cómo se observe. La "realidad" está formada en buena parte por el conjunto de los resultados de muchos experimentos individuales, y si cada uno de estos resultados no es más que un acto de creación, el hecho de elegir hacer un experimento en lugar de otro —y obligar así al universo a definirse de una manera y no de otra— supone una participación en la creación de la realidad. Según la física clásica, el universo era algo preexistente que se podía poner al descubierto al hacer experimentos; el universo según la mecánica cuántica es algo que está en un continuo proceso de recreación.

La afirmación que da título a este artículo y, por extensión, a todo lo dicho hasta aquí, se sustenta en un importante teorema de la mecánica cuántica demostrado en 1967 por Simon Kochen, entonces en la Universidad de Cornell, y Ernst Specker, del Instituto Federal Suizo en Zurich. El teorema de Kochen-Specker afirma que es imposible que exista una teoría alternativa a la mecánica cuántica, una teoría de las llamadas de "variables ocultas", que reúna las siguientes características:

1. Los resultados de todas las magnitudes medibles ("observables") sobre un sistema físico existen antes de ser observados.

2. Los resultados preexistentes mencionados en (1) son independientes de cuáles sean los otros observables que se midan conjuntamente sobre el mismo sistema individual. A esta condición se la denomina condición de "no-contextualidad".

3. Las predicciones de esta teoría de variables ocultas sobre los resultados de cualquier experimento realizado en un sistema individual coinciden con las predicciones de la mecánica cuántica.

La primera condición es la afirmación contraria a la que da título a este artículo y ya hemos visto las consecuencias que tiene el hecho de que no se cumpla. Intentemos justificar las otras dos. La condición (2) sólo tiene sentido si se cumple la (1). La condición (2) excluye la posibilidad de que el sistema físico, a la hora de revelar el valor preexistente, pueda tener conocimiento de qué otros experimentos se van a realizar sobre él en el futuro o en otras partes arbitrariamente lejanas. La no-contextualidad es una condición razonable para cualquier teoría de variables ocultas que respete las ideas de causalidad y de

Demostración del teorema de Kochen-Specker

Considérense las nueve siguientes ecuaciones:

$$v(0,0,0,1) + v(0,0,1,0) + v(1,1,0,0) + v(1,-1,0,0) = 1,$$
$$v(0,0,0,1) + v(0,1,0,0) + v(1,0,1,0) + v(1,0,-1,0) = 1,$$
$$v(1,-1,1,-1) + v(1,-1,-1,1) + v(1,1,0,0) + v(0,0,1,1) = 1,$$
$$v(1,-1,1,-1) + v(1,1,1,1) + v(1,0,-1,0) + v(0,1,0,-1) = 1,$$
$$v(0,0,1,0) + v(0,1,0,0) + v(1,0,0,1) + v(1,0,0,-1) = 1,$$
$$v(1,-1,-1,1) + v(1,1,1,1) + v(1,0,0,-1) + v(0,1,-1,0) = 1,$$
$$v(1,1,-1,1) + v(1,1,1,-1) + v(1,-1,0,0) + v(0,0,1,1) = 1,$$
$$v(1,1,-1,1) + v(-1,1,1,1) + v(1,0,1,0) + v(0,1,0,-1) = 1,$$
$$v(1,1,1,-1) + v(-1,1,1,1) + v(1,0,0,1) + v(0,1,-1,0) = 1.$$

Cada ecuación representa la predicción de la mecánica cuántica para un experimento diferente. Cada experimento consiste en medir cuatro observables compatibles (representados por cuatro vectores mutuamente ortogonales). La mecánica cuántica dice que al hacer uno de esos experimentos siempre se obtienen tres ceros y un uno y, por tanto, que la suma de los cuatro es uno.

Para ver que es imposible asignar los valores 0 o 1 a los 18 vectores diferentes que aparecen en los lados izquierdos de esas 9 ecuaciones, obsérvese que todos los vectores están por duplicado, de manera que cada uno aparece en dos ecuaciones. Por tanto, al sumar los lados izquierdos de las 9 ecuaciones saldría un número par; sin embargo, la suma de los lados derechos es 9. Por tanto, esos 18 observables no pueden tener valores predefinidos que son revelados cuando se miden.

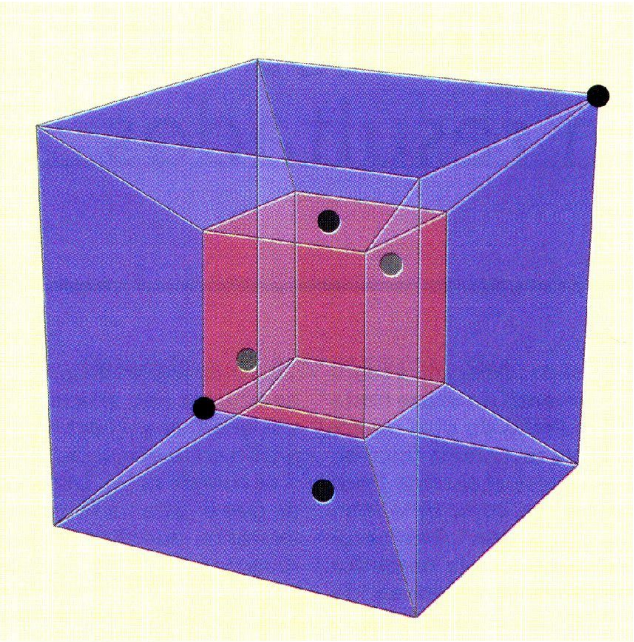
localidad en el sentido de la relatividad especial. Existen, sin embargo, teorías de variables ocultas que cumplen la condición (1) pero no la (2) (por ejemplo, la teoría alternativa de Bohm cumple (1) y (3), pero no (2)).

La condición (3) está avalada por el éxito predictivo de la mecánica cuántica. El objetivo del teorema es únicamente excluir teorías cuyas predicciones no entren en contradicción con las predicciones, tantas veces comprobadas, de la mecánica cuántica. Podrían existir teorías de variables ocultas cuyas predicciones fuesen diferentes a las de la mecánica cuántica; de hecho, se han propuesto varias; pero cuando se han hecho experimentos para dilucidar entre sus predicciones y las de la mecánica cuántica, hasta el momento siempre ha ganado la mecánica cuántica.

Antes de entrar en la demostración del teorema de Kochen-Specker, vamos a detenernos en algunas consideraciones sobre lo que tienen de particular los observables de la mecánica cuántica. Como es bien sabido, el principio de indeterminación de Heisenberg limita la precisión con que se pueden medir conjuntamente dos observables en un sistema individual. En ese sentido, existen en mecánica cuántica observables "compatibles", que son aquellos que se pueden medir conjuntamente sin influirse, y observables "incompatibles", que son aquellos cuya medición conjunta está limitada por el principio de indeterminación. En la física clásica todos los observables son compatibles; cuánticamente, sin embargo, observables como la posición y la velocidad de una partícula son incompatibles. Hay muchos otros ejemplos de observables incompatibles, pero no todos los observables son incompatibles; incluso hay observables que son compatibles con todos los demás.

Veamos ahora cómo se puede demostrar el teorema de Kochen-Specker. Supongamos que tenemos un cierto sistema físico sobre el que consideramos un cierto número de observables que sólo pueden tomar los dos valores 0 y 1. Supongamos que los resultados de las mediciones de cada uno de esos observables estén predeterminados. La mayoría de esos observables son incompatibles entre sí y no se pueden medir en el mismo experimento (en un experimento dado sólo pueden medirse observables mutuamente compatibles); consideremos, pues, varios experimentos en los que estén involucrados diferentes subconjuntos de esos observables. En cada uno de esos experimentos trataremos de asignar los valores 0 y 1 a cada uno de los observables, de manera que, por la condición de no-contextualidad, la asignación para cada observable sea la misma con independencia de cuál sea el experimento en que aparezca. Kochen y Specker encontraron en 1967 un sistema físico con 117 observables en el que resultaba imposible asignar los valores 0 y 1 de manera que los resultados de 118 experimentos alternativos en los que interviniesen esos 117 observables verificasen todos ellos las predicciones de la mecánica cuántica. Desde entonces la demostración del teorema de Kochen-Specker se ha simplificado considerablemente. Así Asher Peres, del Technion en Haifa, propuso dos demostraciones diferentes en 1991: una con 33 observables y otra con 24. En 1994, Michael Kernaghan, entonces en la Universidad de Western Ontario, encontró una demostración del mismo tipo con 20 observables; y el autor, junto con José Manuel Estebaranz y Guillermo García Alcaine, de la Universidad Complutense de Madrid, encontró en 1996 una demostración con sólo 18 observables, que es la que se describirá a continuación. En todas estas demostraciones se consideran observables que sólo pueden tomar dos valores: 0 o 1. Cada observable de este tipo está asociado a un vector (en nuestro caso se trata de vectores en un espacio de 4 dimensiones), y dos observables compatibles están representados por sendos vectores ortogonales entre sí (es decir, dos vectores cuyo producto escalar es cero). Los experimentos que se consideran consisten en la medición de cuatro observables compatibles. La predicción de la mecánica cuántica para un experimento de este tipo es que siempre obtendremos tres ceros y un uno. Dicho de otra manera, que la suma de los resultados de las cuatro mediciones que forman el experimento dará siempre uno. La predicción completa de la mecánica cuántica puede resumirse así mediante una ecuación en la que a la izquierda estén los valores que supuestamente tomarían los cuatro observables mutuamente compatibles (representados por cuatro vectores mutuamente ortogonales) y, a la derecha, el resultado predicho para su suma.

Nosotros encontramos un sistema físico con 18 obser-



Los vectores que aparecen en nuestra demostración del teorema de Kochen-Specker se pueden representar geométricamente mediante direcciones en un teseracto (un hipercubo tetradimensional). En el dibujo se representa una proyección tridimensional de un teseracto. Los puntos en gris más claro representan centros de hipercaras opuestas (por ejemplo, si suponemos que el centro del teseracto está en el punto (0,0,0,0), y eligiendo adecuadamente los ejes, podrían representar el punto (0,1,0,0) y su opuesto), la dirección que los une es una de las 18 que aparecen en la demostración. Los puntos en gris más oscuro representan centros de caras opuestas (por ejemplo, el punto (0,0,1,–1) y su opuesto). Los puntos negros representan vértices opuestos (por ejemplo, el punto (1,1,1,1) y su opuesto). Puede encontrase más información sobre los hipercubos en el artículo de A. K. Dewdney, "Un programa que gira hipercubos induce demencia tetradimensional", en INVESTIGACIÓN Y CIENCIA, junio 1986.

ADAN CABELLO es doctor en Ciencias Físicas por la Universidad Complutense de Madrid y se dedica a la investigación en fundamentos de física cuántica. Actualmente es profesor en el Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Sevilla.

vables y 9 experimentos alternativos, en el que no es posible asignar los valores 0 o 1 de manera consistente con las predicciones de la mecánica cuántica (*véase el recuadro*). Esta es, hasta el momento, la demostración más sencilla que se conoce del teorema de Kochen-Specker.

Geométricamente, los 18 vectores que aparecen en nuestra demostración se pueden interpretar como las direcciones que unen el centro de un teseracto (el análogo de un cubo en un espacio de cuatro dimensiones) con algunos de sus vértices, centros de caras y centros de hipercaras (*véase la figura de la página anterior*).

Físicamente, los 18 vectores pueden representar diferentes conjuntos de 18 observables, según cuál sea la situación física que estemos considerando. Por ejemplo, pueden representar 18 observables relacionados con el espín (momento angular intrínseco) de un sistema formado por dos electrones. La importancia particular de este caso estriba en que, de las 9 situaciones experimentales alternativas que se consideran en la demostración matemática, en 8 de ellas las predicciones de las teorías de variables ocultas y las de la mecánica cuántica coinciden, difiriendo sólo en una de ellas. Ello permite, en principio, someter a comprobación experimental el contenido del teorema de Kochen-Specker. Tal comprobación, que requiere hacer experimentos sobre sistemas cuánticos individuales, es factible con las técnicas actuales.

Es curioso que nuestra demostración del teorema de Kochen-Specker guarde además una estrecha relación con una demostración del teorema de Bell (sobre imposibilidad de teorías de variables ocultas locales) que no usa desigualdades, propuesta en 1993 por Lucien Hardy, entonces en la Universidad de Durham. Hardy mostró que existen estados cuánticos de dos partículas que reúnen las siguientes características:

1. Si se hace una cierto experimento, que simbolizaremos con la letra *A*, sobre la primera partícula y se obtiene un cierto resultado *v(A)*, entonces se puede predecir con certeza el resultado de un cierto experimento *b* sobre la segunda partícula; resultado que representaremos por *v(b)*.

2. Análogamente, si se hace una cierto experimento, que simbolizaremos con la letra *B* (incompatible con el experimento *b*), sobre la segunda partícula y se obtiene un cierto resultado *v(B)*, entonces se puede predecir con certeza el resultado de un cierto experimento *a* (incompatible con *A*) sobre la primera partícula; resultado que representaremos por *v(a)*.

3. Cuando hacemos el experimento *A* sobre la primera partícula y el experimento *B* sobre la segunda, a veces se obtienen a la vez los resultados *v(A)* y *v(B)*.

4. Sin embargo, cuando hacemos el experimento *a* sobre la primera partícula y el experimento *b* sobre la segunda, *nunca* se obtienen a la vez *v(a)* y *v(b)*.

Las propiedades 1 y 2 nos llevarían a pensar, usando el concepto de realidad defendido por Einstein, que *v(a)* posee realidad objetiva cuando se obtiene *v(B)*, y que *v(b)* posee realidad objetiva cuando se obtiene *v(A)*. El hecho de que, como dice la propiedad 3, *v(A)* y *v(B)* puedan suceder a la vez, sugiere que deben existir casos en los que *v(a)* y *v(b)* poseen ambos realidad objetiva a la vez. La propiedad 4 es pues irreconciliable con este razonamiento, más aún cuando los experimentos sobre cada partícula se realizan en regiones suficientemente alejadas la una de la otra como para poder descartar influencias que viajen a la velocidad de la luz (y según la relatividad especial no es posible ir más deprisa).

Se han propuesto, a nivel teórico, diversos procedimientos para "fabricar" estados como los descubiertos por Hardy. El primer experimento real se realizó en 1995 en la Universidad de Rochester, bajo la dirección de Leonard Mandel, y su conclusión es que, efectivamente, en la naturaleza existen estados que poseen esas características y, por tanto, imposibles de explicar con el concepto de realidad de Einstein. Posteriormente se han hecho experimentos similares (llegando a la misma conclusión) en la Universidad de Roma y en el Laboratorio Nacional de Los Alamos.

Razonamientos similares a los empleados en nuestra demostración del teorema de Kochen-Specker también permiten demostrar otras cosas interesantes. Por ejemplo, en su artículo *Realidad del mundo cuántico*, Abner Shimony dice que "no hay nada de extraño o sorprendente" en los estados cuánticos que representan sistemas de dos o más partículas y no son "enredados" (los estados "enredados" son los que violan las desigualdades de Bell). Recientemente he demostrado que eso no es exacto, ya que ni estos estados ni los enredados pueden simularse con modelos de variables ocultas no contextuales.

Para terminar, es conveniente reexaminar alguna de las cosas que creemos comprender de la mecánica cuántica, a la luz de la afirmación que da título a este trabajo. Por ejemplo, el principio de indeterminación de Heisenberg. Al hacerlo, advertiremos un error habitual en el que se incurre cuando se trata de aclarar el porqué del principio de indeterminación. A veces se intenta "explicar" el principio de Heisenberg diciendo que cualquier medición de la posición de una partícula "perturba" de un modo incontrolable su velocidad (o viceversa). Esta forma de exponerlo da a entender que antes de la medición ambos observables (posición y velocidad) tenían valores bien definidos, pero eso, como hemos visto, no es correcto según la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica. La mecánica cuántica casi siempre se resiste a este tipo de representaciones pictóricas.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

NONLOCALITY FOR TWO PARTICLES WITHOUT INEQUALITIES FOR ALMOST ALL ENTANGLED STATES. Lucien Hardy, en *Physical Review Letters*, volumen 71, número 11, páginas 1665-1668; 13 de septiembre, 1993.

BELL-KOCHEN-SPECKER THEOREM: A PROOF WITH 18 VECTORS. Adán Cabello, José M. Estebaranz y Guillermo García Alcaine, en *Physics Letters A*, vol. 212, n.º 4, págs. 183-187; 25 de marzo, 1996. Puede obtenerse también en Internet en http://xxx.lanl.gov/archive/quant-ph/9706009.

NO-HIDDEN-VARIABLES PROOF FOR TWO SPIN-1/2 PARTICLES PRESELECTED AND POSTSELECTED IN UNENTANGLED STATES. Adán Cabello, en *Physical Review A*, vol. 55, n.º 6, págs. 4109-4111; junio, 1997. Puede obtenerse también en Internet en http://xxx.lanl.gov/archive/quant-ph/9706016.

LADDER PROOF OF NONLOCALITY WITHOUT INEQUALITIES: THEORETICAL AND EXPERIMENTAL RESULTS. D. Boschi, S. Branca, F. De Martini y L. Hardy, en *Physical Review Letters*, vol. 79, n.º 15, págs. 2755-2758; 13 de octubre, 1997.

ON EXPERIMENTAL TESTS OF THE BELL-KOCHEN-SPECKER THEOREM. Adán Cabello y Guillermo García Alcaine, en prensa. Puede obtenerse en Internet en http://xxx.lanl.gov/archive/quant-ph/9709047.