Apéndice C

Coordenadas cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas

coordenadas cartesianas

Por lo general, en este texto usaremos *coordenadas cartesianas* (también llamadas *rectangulares*) para localizar un punto P en el plano o en el espacio. Pero es útil conocer que existen muchos otros sistemas de coordenadas.

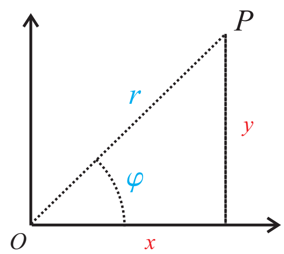

FIGURA C.1: Coordenadas cartesianas y coordenadas polares del punto P.

coordenadas polares

Por ejemplo, en el plano, la posición de un punto $P(x, y)$ también puede caracterizarse mediante sus *coordenadas polares* $P(r, \varphi)$. Las ecuaciones de transformación entre unas y otras son

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \tag{C.1}$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}, \tag{C.2}$$

como se ilustra en la fig. C.1. Las transformaciones inversas son

$$x = r \cos \varphi, \tag{C.3}$$

$$y = r \operatorname{sen} \varphi. \tag{C.4}$$

En determinados problemas es conveniente usar coordenadas polares. Por ejemplo, las posiciones de una partícula que se mueve en una circunferencia (movimiento circular) se expresan de manera sencilla usando un sistema de referencia con origen en el centro de dicha circunferencia y coordenadas polares. Con esa elección, la primera coordenada polar tiene el mismo valor en todas las posiciones de la partícula, esto es, el radio de la circunferencia.

coordenadas cilíndricas

En el espacio, la posición de un punto $P(x, y, z)$ también puede caracterizarse mediante sus *coordenadas cilíndricas* $P(r, \varphi, z)$ (fig. C.2 izda.). Las ecuaciones de transformación son

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \tag{C.5}$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}, \tag{C.6}$$

$$z = z. \tag{C.7}$$

Las transformaciones inversas son

$$x = r \cos \varphi, \tag{C.8}$$

$$y = r \operatorname{sen} \varphi, \tag{C.9}$$

$$z = z. \tag{C.10}$$

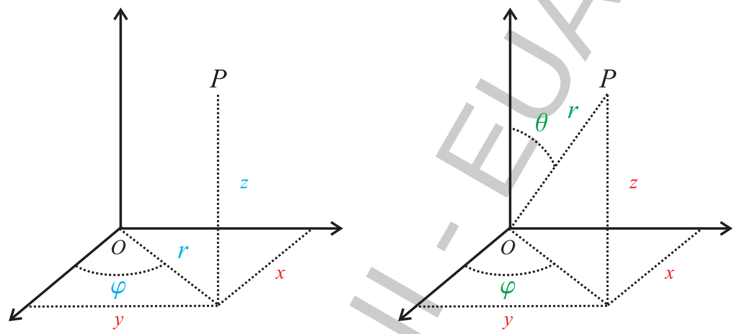

FIGURA C.2: Coordenadas cartesianas y coordenadas cilíndricas (izquierda) y esféricas (derecha) del punto P.

coordenadas esféricas

También puede localizarse P mediante sus *coordenadas esféricas* $P(r, \theta, \varphi)$ (fig. C.2 dcha.). La relación con las coordenadas cartesianas es

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \tag{C.11}$$

$$\theta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \tag{C.12}$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}. \tag{C.13}$$

Las transformaciones inversas son

$$x = r \operatorname{sen} \theta \cos \varphi, \tag{C.14}$$

$$y = r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi, \tag{C.15}$$

$$z = r \cos \theta. \tag{C.16}$$