DEPARTAMENTO DE FISICA APLICADA II
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA
Avd. Reina Mercedes, s/n 41012 - SEVILLA

Examen Final. Primer Parcial. Curso 2005/2006. 23 de junio de 2006.

Apellidos ....

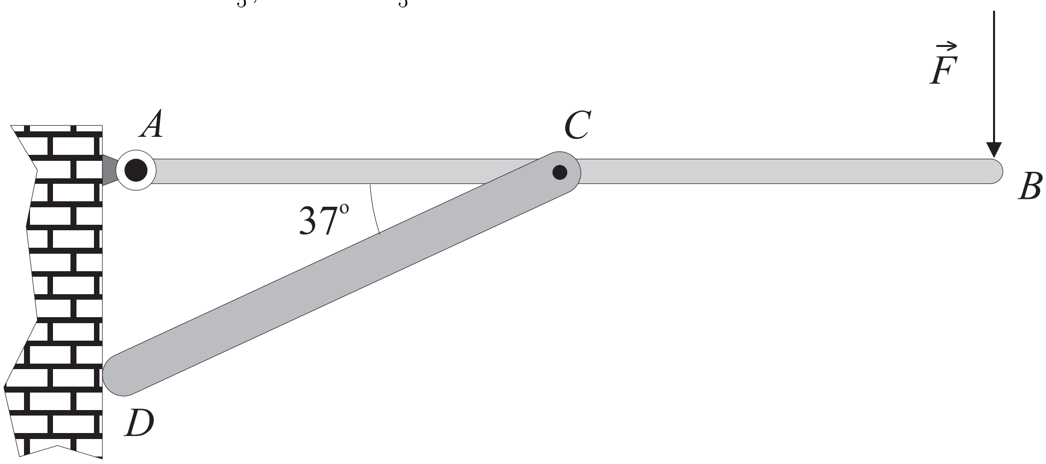
Nombre: .... Grupo oficial: ....

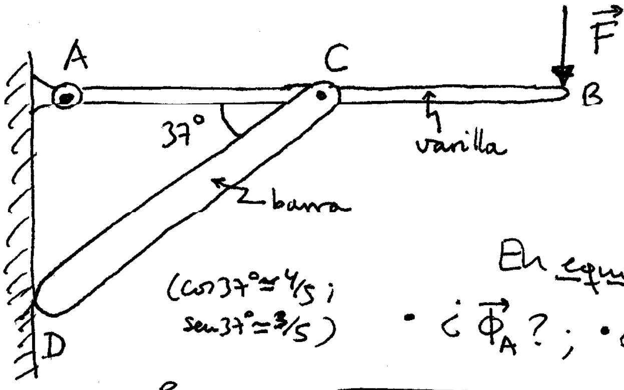
Problema 2º: (2.25 puntos)

Una varilla rígida AB de longitud $L = 4\,\mathrm{m}$, horizontal, de peso despreciable, está articulada en el extremo A. En el punto central C se articula una barra homogénea CD, de peso $P = 400\,\mathrm{N}$ que, a su vez, apoya con rozamiento en D sobre una pared vertical. El sistema se encuentra en equilibrio en esa configuración cuando en el extremo B actúa una fuerza vertical de módulo $F = 2000\,\mathrm{N}$. En esas condiciones, calcule:

- El vector fuerza de reacción vincular sobre la varilla en A.
- El vector fuerza de reacción vincular sobre la varilla en C.
- El vector fuerza de reacción vincular sobre la barra en D.
- El valor mínimo del coeficiente de rozamiento que garantiza el equilibrio.

Nota: Considere $\cos 37^\circ = \frac{4}{5}$, $\operatorname{sen} 37^\circ = \frac{3}{5}$.





$\overline{AB} = L = 4m$

$P_{AB} = 0$

$P_{CD} = P = 400\,N$

Apoyo en D CON ROZAMIENTO

En equilibrio en esa configuración cuando $F = 2000\,N$

($\cos 37° \simeq 4/5$; $\operatorname{sen} 37° = 3/5$)

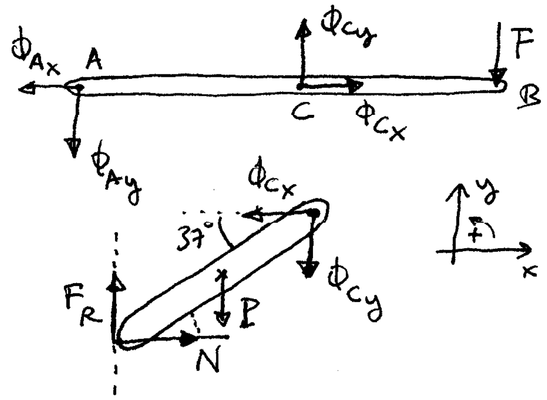
• ¿$\vec{\Phi}_A$? ; • ¿$\vec{\Phi}_C^{\,varilla}$? ; • ¿$\vec{\Phi}_D$? ; • ¿μ_{min}? de equilibrio

---

Para resolver este problema no nos bastan las ecuaciones de equilibrio del sistema completo varilla-barra (3 ecuaciones) por dos motivos:

- porque aparecerían 4 incógnitas de reacción vincular al desvincular del exterior, por la articulación A (2 incóg.) y por el apoyo con rozamiento D (2 incógnitas: normal y fuerza de rozamiento)
- porque nos piden calcular la incógnita de reacción INTERNA $\vec{\Phi}_C$ (articulación), que NO aparece en las ecs. de eq. del sistema completo.

Por tanto, fragmentamos el sistema para plantear las 3 ecs. de eq. de la varilla y las 3 ecs. de equilibrio de la barra: (en los ejes coord. elegidos)



$$\Sigma F_x = 0: \quad \Phi_{Cx} - \Phi_{Ax} = 0$$
$$\Sigma F_y = 0: \quad \Phi_{Cy} - \Phi_{Ay} - F = 0$$
$$\Sigma M_A = 0: \quad -F\cancel{L} + \Phi_{Cy}\frac{\cancel{L}}{2} = 0$$
$$\Sigma F_x = 0: \quad N - \Phi_{Cx} = 0$$
$$\Sigma F_y = 0: \quad F_R - \Phi_{Cy} - P = 0$$
$$\Sigma M_C = 0: \quad +P\left(\frac{\cancel{L}}{2}\cos 37°\right) - F_R(\cancel{L}\cos 37°) + N(\cancel{L}\operatorname{sen} 37°) = 0$$

Sustituyendo los datos conocidos:

$$\left.\begin{array}{ll}
(1) & \Phi_{Cx} = \Phi_{Ax} \\
(2) & \Phi_{Cy} - \Phi_{Ay} = 2000\,N \\
(3) & -2000\,N + \Phi_{Cy}\frac{1}{2} = 0 \\
(4) & N = \Phi_{Cx} \\
(5) & F_R - \Phi_{Cy} = 400\,N \\
(6) & 400\,\frac{1}{2}\,\frac{4}{\cancel{5}} - F_R\frac{4}{\cancel{5}} + N\frac{3}{\cancel{5}} = 0
\end{array}\right\}$$

6 ecs. y 6 incóg.: $\{\Phi_{Cx}, \Phi_{Cy}, \Phi_{Ax}, \Phi_{Ay};\ N, F_R\}$: Resoluble!!

$(3) \Rightarrow \Phi_{Cy} = 4000\,N$

$(2) \Rightarrow \Phi_{Ay} = 2000\,N$

$(5) \Rightarrow F_R = 4.400\,N$

$(6) \Rightarrow N = \frac{1}{3}(-800 + 17.600) = \frac{16.800}{3} = 5.600\,N$

$(4) \Rightarrow \Phi_{Cx} = 5.600\,N$; $(1) \Rightarrow \Phi_{Ax} = 5.600\,N$

Vectorialmente, según los ejes coordenados elegidos:

$\boxed{\vec{\Phi}_A = (-5600, -2000)\,N}$; $\boxed{\vec{\Phi}_C^{\,varilla} = (5600, 4000)\,N} = -\vec{\Phi}_C^{\,barra}$; $\boxed{\vec{\Phi}_D = (\underbrace{5600}_{N}, \underbrace{4400}_{F_R})\,N}$.

- $\mu_{mín}$ de eq. significa que, como nos piden un valor <u>límite</u> del coeficiente de rozamiento, el equilibrio no es cualquiera, sino también <u>límite</u>, en este caso por <u>deslizamiento inminente</u> por D —no tiene sentido aquí estudiar el vuelco inminente por D—.

Contamos entonces con una ecuación adicional a las ecs. de equilibrio, la que cuantifica que la fuerza de rozamiento en D ha alcanzado su valor máximo:

$F_R = (F_R)_{máx} = \mu N$; sustituyendo los valores calculados en la situación de equilibrio, calculamos el μ que nos piden:

$$4.400\,N = \mu \cdot 5.600\,N \;;\quad \boxed{\mu = \frac{44\cancel{0}\cancel{0}}{5.6\cancel{0}\cancel{0}} \simeq 0'79}$$