DEPARTAMENTO DE FISICA APLICADA II
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA
Avd. Reina Mercedes, s/n 41012 - SEVILLA

Examen Final. Segundo Parcial. Curso 2004/2005. 22 de junio de 2005.

Apellidos ....

Nombre: .... Grupo oficial: ....

Problema 1$^{\rm o}$: (2.25 puntos)

Por una tubería cilíndrica de 100 m de longitud circula agua en régimen estacionario, siendo el caudal 1,1 litros/s. El diámetro interior de la tubería es de 2,8 cm, pero la rugosidad de su pared es desconocida. La tubería es recta y salva un desnivel vertical de 10 m, estando situada la salida por debajo de la entrada. La salida de la tubería está abierta a la atmósfera, mientras que a la entrada la presión absoluta del agua es $1{,}539 \times 10^5$ Pa.

(a) ¿Cuánto vale la pérdida de altura en la tubería?

(b) Determina la rugosidad de la pared de la tubería.

Si se instala una turbina en el punto medio de la tubería y la presión a la entrada de la tubería se incrementa hasta 5×10^5 Pa,

(c) ¿Qué potencia generará la turbina si el caudal no ha cambiado?

Datos adicionales: $\rho_{\rm agua} = 10^3\,{\rm kg/m^3}$; $\eta_{\rm agua} = 10^{-3}\,{\rm Pa\,s}$; $p_{atm} = 1\,{\rm atm} \approx 10^5\,{\rm Pa}$; $g \approx 10\,{\rm m/s^2}$.

a) Al ser desconocida la rugosidad, no puedo conocer el factor de fricción y por tanto renunciar al cálculo de "h" mediante la ecuación de Darcy-Weisbach.

Mediante la ecuación de la energía:
(1: entrada, 2: salida de la tubería)

$$\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + h$$

Al ser una tubería de sección cte $\bar{V}_1 = \bar{V}_2$ y como $\alpha_1 = \alpha_2$

$$h = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) = \frac{1'539 \cdot 10^5 - 10^5}{10^4} + 10 = 5'39 + 10 = 15'39 \, m$$

b) Conocida "h" y aplicando Darcy-Weisbach:

$$h = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad [1]$$

de donde podríamos sacar "f" si conociésemos $\bar{V}$. Para ello usamos la ecuación del gasto en régimen estacionario:

$$G = \bar{V} A; \qquad \bar{V} = \frac{G}{A} = \frac{G}{\pi (D/2)^2} = \frac{1'1 \cdot 10^{-3}}{\pi (1'4 \cdot 10^{-2})^2} \simeq 1'79 \, m/s$$

donde el gasto y el diámetro se han pasado a unidades del Sistema Internacional.

De [1] $$f = \frac{h D 2g}{L \bar{V}^2} = \frac{15'39 \cdot 2'8 \cdot 10^{-2} \cdot 20}{100 \cdot (1'79)^2} \simeq 0'027$$

El factor de fricción es función del nº de Reynolds y de la rugosidad relativa

$$f = f(Re, \varepsilon/D) = 0'027$$

$$y \quad Re = \frac{D\bar{V}\rho}{\eta} = \frac{2'8\cdot 10^{-2}\cdot 1'79\cdot 10^{3}}{10^{-3}} \simeq 5\cdot 10^{4}$$

Utilizando el diagrama de Moody

$$\varepsilon/D = 0'002 \;;\; \text{luego } \varepsilon = 0'002\cdot D$$

$$\varepsilon = 0'002\cdot 2\cdot 8\cdot 10^{-2} = 5'6\cdot 10^{-5}\,m$$

c) Al no cambiar el caudal, no cambian las pérdidas por viscosidad y utilizando la ecuación de la energía

$$\cancel{\frac{\alpha_1\bar{V}_1^2}{2g}} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = \cancel{\frac{\alpha_2\bar{V}_2^2}{2g}} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + h + H_T$$

$$H_T = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) - h = \frac{5\,10^5 - 10^5}{10^4} + 10 - 15'39 =$$

$$= 40 + 10 - 15'39 = 34'61\ m$$

Como $\quad H_T = + \dfrac{W_T}{\rho g G}$

$$W_T = \rho g G H_T = 10^3\cdot 10\cdot 1'1\cdot 10^{-3}\cdot 34'61 = 380'71\ W$$