

## Capítulo 3

# Temperatura y calor

---

### 3.1. Introducción

---

En este capítulo nos ocuparemos de los fundamentos físicos de la dilatación térmica de los materiales y de los esfuerzos térmicos que surgen cuando esta se impide, así como de los mecanismos de transmisión de calor y de los principios del aislamiento térmico. Todas estas aplicaciones son de gran relevancia en el ámbito de la edificación.

### 3.2. Objetivos y características de la Termodinámica

---

La *Termodinámica* es la rama de la Física que se ocupa de las transformaciones energéticas y, en particular, de los procesos en que intervienen calor y temperatura. En el progreso de la Termodinámica durante el siglo XIX influyó el desarrollo de las máquinas térmicas, de ahí la vinculación inicial entre la Termodinámica y las transformaciones energéticas de calor en trabajo mecánico. Actualmente, la Termodinámica es una disciplina que se aplica al estudio de multitud de fenómenos en los más diversos campos de la Física (propagación del sonido, efecto Joule), la Química (estudio energético de reacciones químicas), la Ingeniería (sistemas de refrigeración, turbinas), la Biología (estudio energético de fenómenos biológicos), etc.

El enfoque de la Termodinámica clásica tiene las siguientes características:

- Adopta un punto de vista macroscópico, *sin hacer hipótesis sobre la constitución de la materia ni su interacción*; a diferencia de otras disciplinas, como la Teoría Cinético Molecular o la Mecánica Estadística, que adoptan un punto de vista microscópico.
- Parte de un número reducido de principios, postulados básicos o axiomas, a partir de los cuales, por razonamientos lógicos, se deducen las leyes que gobiernan las transformaciones energéticas. La validez de estos principios

se basa en la experiencia. Ningún fenómeno macroscópico observado viola ninguno de estos principios que, dado el carácter general de la formulación de la Termodinámica, deben considerarse aplicables a todos los sistemas físicos sin excepción, sean de la naturaleza que sean.

- Se limita al estudio de los estados de equilibrio y a las transformaciones que pueden representarse como una serie continua de estados de equilibrio. Para estudiar fenómenos que implican estados de no equilibrio se han desarrollado otras teorías relacionadas, como la Termodinámica de Procesos Irreversibles o las teorías sobre transmisión de calor.

Adoptar un punto de vista macroscópico implica que los sistemas se describen mediante magnitudes físicas macroscópicas, llamadas *variables termodinámicas* o *coordenadas termodinámicas*. Por ejemplo, las variables termodinámicas de un gas son su masa  $m$ , su temperatura  $T$ , su presión  $p$  y su volumen  $V$ .

Los *principios de la Termodinámica* son cuatro: el principio cero y los llamados tres principios de la Termodinámica. El *principio cero* de la Termodinámica permite establecer una definición operacional del concepto de temperatura. El *primer principio* de la Termodinámica es fundamentalmente el principio de conservación de la energía e indica la relación que existe entre calor y trabajo. El *segundo principio* de la Termodinámica establece la imposibilidad de convertir íntegramente el calor en trabajo (mientras que lo inverso sí es posible) e implica la existencia de un orden temporal en que deben suceder espontáneamente los fenómenos naturales. Por último, el *tercer principio* de la Termodinámica establece la inaccesibilidad del cero absoluto de temperaturas ( $-273,15^\circ\text{C}$ ).

### 3.3. Temperatura

Sean dos sistemas,  $A$  y  $B$ , aislados del exterior, es decir, que no intercambian materia ni energía en forma de calor o trabajo con ningún otro sistema (fig. 1a). Considérese, a continuación, que dichos sistemas se ponen en contacto prolongado mediante una pared que permite el flujo de calor entre ellos (*i. e.*, pared diatérmica). Mientras tiene lugar este intercambio de energía, se observa que una o varias de las coordenadas termodinámicas de dichos sistemas evolucionan. Se dice que  $A$  y  $B$  alcanzan el *equilibrio térmico* cuando, transcurrido tiempo suficiente, sus variables termodinámicas permanecen inalterables (fig. 1b). En esta situación de equilibrio cesa el intercambio neto de calor entre los cuerpos. Se observa además que si  $A$  y  $B$  están por separado en equilibrio térmico con un tercer sistema  $C$ , también están en equilibrio térmico entre sí (fig. 1c).

Los hechos experimentales anteriores constituyen la base del *principio cero* de la Termodinámica, el cual no solo establece la tendencia de los sistemas a evolucionar hasta alcanzar el equilibrio térmico, sino que permite también definir de manera operacional<sup>1</sup> el concepto de temperatura y la construcción de termómetros: cuando dos sistemas alcanzan el equilibrio térmico se dice

<sup>1</sup>Una definición operacional es aquella que describe las operaciones necesarias para su determinación experimental. Esta definición de temperatura fue propuesta por Max Born (Breslau, 1882; Gotinga, 1970) en 1921.

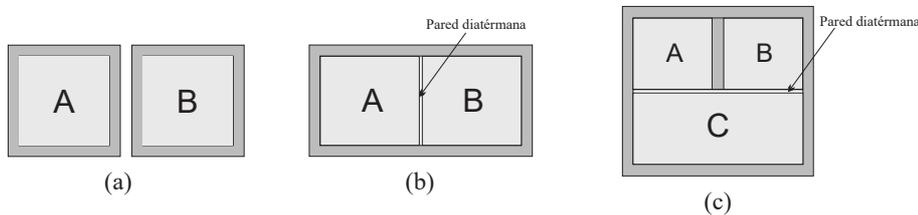


FIGURA 3.1: Ilustración del principio cero de la Termodinámica. (a) Dos sistemas aislados del exterior,  $A$  y  $B$ , en contacto prolongado mediante una pared que permite el intercambio de calor, acaban alcanzando el equilibrio térmico (b). Si  $A$  y  $B$  están por separado en equilibrio térmico con un tercer sistema  $C$ , están también en equilibrio térmico entre sí (c).

que tienen la misma temperatura. La temperatura de un sistema es, por tanto, la propiedad termodinámica que determina si un sistema se encuentra en equilibrio térmico con otros sistemas.

El concepto de temperatura tiene su origen en la sensación fisiológica de frío y calor. Sin embargo, el sentido del tacto no permite cuantificar la temperatura porque la sensación de frío o calor se ve alterada por otros factores distintos a la temperatura. Por ejemplo, la distinta conductividad térmica de cuerpos que se encuentren a una misma temperatura provoca distinta sensación térmica: apreciamos como más caliente una alfombra que el mármol del suelo de una misma habitación, debido a que el mármol es mejor conductor del calor que el tejido de la alfombra, aun cuando ambos hayan permanecido en contacto térmico prolongado y, por ello, estén a la misma temperatura. La determinación objetiva de la temperatura requiere, por tanto, el uso de termómetros.

### 3.3.1. Variables y escalas termométricas

Como hemos visto, las variaciones de temperatura de un sistema van casi siempre acompañadas de una variación en alguna otra de las magnitudes físicas que caracterizan el estado del sistema. La medida de la temperatura mediante cualquier termómetro se basa precisamente en la determinación de la variación de alguna de estas magnitudes con la temperatura. A dicha magnitud se le denomina *variable termométrica*. Por ejemplo, en un termómetro de mercurio, al variar la temperatura varía el volumen que ocupa el mercurio. Así, la longitud de la columna de mercurio encerrado en un capilar de sección constante proporciona una medida de la temperatura. Otras variables termométricas son la resistencia eléctrica de un metal (en termómetros de resistencia), la fuerza electromotriz (en termopares), la presión o el volumen de un gas (en termómetros de gas a volumen o a presión constante), etc.

Para medir la temperatura debe definirse una *escala termométrica*. Una de las más utilizadas es la *escala centígrada* o *Celsius* donde, a 1 atm de presión, el punto de fusión del hielo corresponde a una temperatura de  $0^{\circ}\text{C}$ , y el punto de ebullición del agua corresponde a una temperatura de  $100^{\circ}\text{C}$ .

Sin embargo, la unidad fundamental de temperatura en el SI es el kelvin. La *escala absoluta de temperaturas* o *escala Kelvin*, llamada así en honor a William Thomson, Lord Kelvin of Largs, puede definirse a partir del segundo principio de la Termodinámica. Un grado de esa escala se llama un *kelvin* y se denota por K.

**Anders Celsius —o Celsius—**  
(Uppsala, 1701; Uppsala, 1744):  
Propuso esta escala termométrica  
en 1742.

**William Thomson, Lord Kelvin  
of Largs** [Belfast, 1824; Nethergall  
(Largs), 1907]: Estableció la escala  
absoluta de temperatura en 1848.  
También ese año introdujo por vez  
primera la palabra *termodinámica*.

TABLA 3.1: Correspondencia entre las escalas Celsius y Kelvin.

	$T (^{\circ}\text{C})$	$T (\text{K})$
Cero absoluto	-273,15	0
Punto de fusión del hielo	0	273,15
Punto de ebullición del agua	100	373,15

En la escala Kelvin el punto de fusión del hielo a 1 atm de presión corresponde a  $T = 273,15 \text{ K}$  y el punto de ebullición del agua a  $T = 373,15 \text{ K}$ . Por tanto, entre el punto de fusión del hielo y el de ebullición del agua hay 100 kelvin, igual que el número de grados correspondiente al mismo intervalo en la escala Celsius. Nótese que, aunque los ceros de la escala Kelvin y la Celsius no coincidan, *un incremento de un kelvin es igual a un incremento de un grado Celsius*. El cambio entre ambas escalas de temperatura viene dado por

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15. \quad (3.1)$$

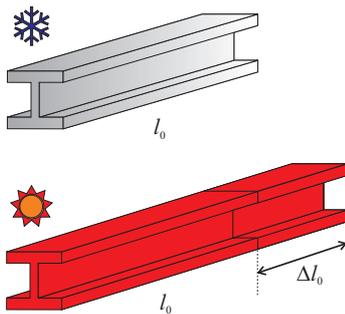


FIGURA 3.2: Dilatación lineal de una barra al aumentar su temperatura.

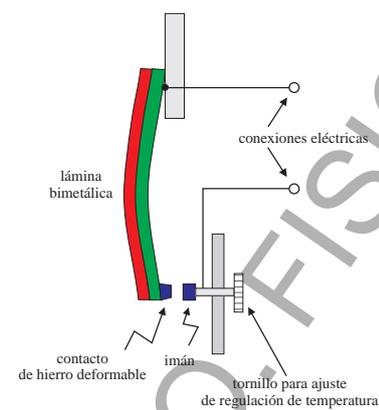


FIGURA 3.3: Termostato basado en la diferencia de dilatación experimentada por dos metales distintos.

## 3.4. Dilatación térmica de sólidos y líquidos

En general, si mantenemos la presión constante, las sustancias se dilatan al aumentar la temperatura. Existen algunas excepciones como el agua, el antimonio o el bismuto para determinados rangos de temperatura. Esta dilatación es normalmente pequeña en términos relativos. Por ejemplo, en sólidos es del orden de  $10^{-4}$ – $10^{-3}$ . Sin embargo, ello no debe inducir a pensar que se trata de un fenómeno cuya repercusión sea despreciable en arquitectura e ingeniería; al contrario, es de gran importancia en problemas prácticos, como se verá a continuación.

### 3.4.1. Dilatación lineal

Consideremos una barra cuya sección es muy pequeña comparada con su longitud inicial  $l_0$ . Al incrementar la temperatura en un valor  $\Delta T$ , la longitud de la barra aumenta en una cantidad  $\Delta l$  (ver la fig. 3.2). Experimentalmente se observa que esta variación es aproximadamente lineal con la temperatura:

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T. \quad (3.2)$$

La constante de proporcionalidad  $\alpha$  se denomina *coeficiente de dilatación lineal*. Como se puede comprobar despejando  $\alpha$  de la ec. (3.2), tiene dimensiones de temperatura $^{-1}$ . En el SI se mide en  $\text{K}^{-1}$  (equivalentemente en  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ). La dependencia de  $\alpha$  con la temperatura no es muy importante, por lo que se suele suponer que  $\alpha$  es constante en primera aproximación.

Si se desprecia su dependencia con la temperatura, el coeficiente de dilatación lineal es una propiedad de cada sustancia. La diferencia de valor que presenta para cada material puede explotarse para la fabricación de termómetros y termostatos: si se disponen dos hilos o láminas de dos metales distintos soldados entre sí, al variar la temperatura éstos se curvarán, en mayor o menor medida dependiendo de la temperatura. En la fig. 3.3 se muestra el esquema de un termostato que aprovecha este fenómeno.

### 3.4.2. Dilatación superficial

Sea una lámina rectangular homogénea e isotrópica cuyo espesor sea muy pequeño comparado con su superficie inicial  $S_0 = l_a l_b$ . Un incremento de temperatura  $\Delta T$  provocará un incremento en la superficie

$$\Delta S = S - S_0 \quad (3.3)$$

$$= (l_a + \Delta l_a)(l_b + \Delta l_b) - l_a l_b \quad (3.4)$$

$$= \Delta l_a \Delta l_b + l_a \Delta l_b + l_b \Delta l_a \quad (3.5)$$

$$\approx l_a \Delta l_b + l_b \Delta l_a, \quad (3.6)$$

suponiendo que  $\Delta l_a \ll l_a$  y  $\Delta l_b \ll l_b$ .

Introduciendo la ec. (3.2) en la expresión (3.6) se obtiene

$$\Delta S = \beta S_0 \Delta T. \quad (3.7)$$

El factor  $\beta = 2\alpha$  recibe el nombre de *coeficiente de dilatación superficial*.

### 3.4.3. Dilatación cúbica

Siguiendo un razonamiento similar, un volumen paralelepédico homogéneo e isotrópico de volumen inicial  $V_0 = l_a l_b l_c$ , sometido a un incremento de temperatura  $\Delta T$  sufrirá un incremento de volumen

$$\Delta V = V - V_0 \quad (3.8)$$

$$= (l_a + \Delta l_a)(l_b + \Delta l_b)(l_c + \Delta l_c) - l_a l_b l_c \quad (3.9)$$

$$\approx l_a l_b \Delta l_c + l_a l_c \Delta l_b + l_b l_c \Delta l_a, \quad (3.10)$$

suponiendo que  $\Delta l_a \ll l_a$ ,  $\Delta l_b \ll l_b$  y  $\Delta l_c \ll l_c$ . Introduciendo la ec. (3.2) en la expresión (3.10) se obtiene

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta T. \quad (3.11)$$

El factor  $\gamma = 3\alpha$  recibe el nombre de *coeficiente de dilatación cúbica*.

La dilatación de los líquidos suele ser mayor que la de los sólidos. Por lo general, los coeficientes de dilatación son positivos. Un caso excepcional es el agua cuyo volumen *disminuye* si la temperatura aumenta de  $0^\circ\text{C}$  a  $4^\circ\text{C}$ . Para incrementos de temperatura a partir de  $4^\circ\text{C}$  el volumen aumenta.

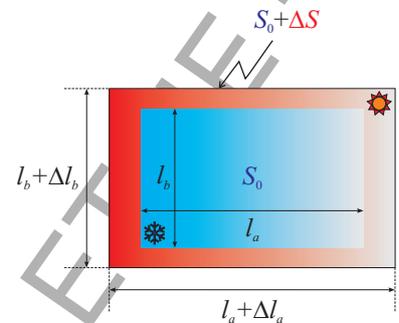


FIGURA 3.4: Dilatación superficial de una lámina al aumentar su temperatura.

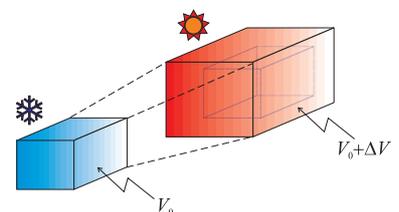


FIGURA 3.5: Dilatación cúbica de un paralelepípedo al aumentar su temperatura.

## PROBLEMA RESUELTO 3.1:

Un recipiente de vidrio se llena hasta la marca de  $100\text{ cm}^3$  con gasolina a  $20^\circ\text{C}$ . Si tanto el recipiente como la gasolina se calientan hasta  $40^\circ\text{C}$  ¿Qué volumen de gasolina habrá por encima de la marca?

*Datos adicionales:*  $\gamma_{\text{vidrio}} = 9 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\gamma_{\text{gasolina}} = 1100 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

### Solución:

La diferencia de temperaturas genera un incremento volumétrico tanto en el recipiente como en la gasolina, de forma que el volumen de gasolina que queda por

encima de la marca es

$$\begin{aligned}
 V &= \Delta V_{\text{gasolina}} - \Delta V_{\text{vidrio}} \\
 &= (\gamma_{\text{gasolina}} - \gamma_{\text{vidrio}})V_0\Delta T \\
 &= (1100 - 9) \times 10^{-6} \times 100 \times 20 \\
 &= 2,182 \text{ cm}^3.
 \end{aligned}
 \tag{P1.1}$$

Sustancia	$\alpha$ ( $10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )	$\gamma$ ( $10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )
Vidrio Pyrex	3	9
Madera, en dirección paralela a las fibras	2-9	
Granito	8	24
Vidrio ordinario	9	27
Ladrillo	9	27
Hierro	11,6	35
Acero	11-12	33-36
Hormigón	12	36
Latón	19	57
Aluminio	25	75
Madera, en dirección transversal a las fibras	32-66	-
Poliestireno	85	255
Agua	-	950
Gasolina	-	1100

TABLA 3.2: Coeficientes de dilatación lineal,  $\alpha$ , y cúbica,  $\gamma$ , a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Nótese que el coeficiente de dilatación cúbica sólo está definido para materiales isótropos.

Sustancia	$E$ ( $10^{11} \text{ Pa}$ )	$B$ ( $10^{11} \text{ Pa}$ )
Madera, en dirección transversal a las fibras	0,005-0,01	-
Madera, en dirección paralela a las fibras	0,1-0,17	-
Hielo	0,1	-
Hormigón	0,14-0,22	-
Plomo	0,16	0,077
Vidrio	0,55	0,37
Aluminio	0,7	0,7
Cobre	1,1	1,4
Hierro	1,9	1
Acero	2	1,6
Níquel	2,1	2,6
Wolframio	3,6	2

TABLA 3.3: Módulos de Young  $E$  y módulos de compresibilidad isoterma  $B$ .

## 3.5. Esfuerzos térmicos

### 3.5.1. Esfuerzos térmicos en la dilatación lineal

Cuando los extremos de una barra o bloque de cierto material se fijan rígidamente y se varía su temperatura, aparecen grandes esfuerzos de compresión o de tracción que se llaman *esfuerzos térmicos*. Éstos podrían llegar a provocar deformaciones importantes, e incluso la ruptura del material considerado. Por esta razón, habrá que tener precaución en el diseño de cualquier elemento o estructura que vaya a estar sometido a cambios de temperatura (tuberías de conducción de agua caliente y vapor, armaduras metálicas, puentes, etc.) y arbitrar las oportunas soluciones (juntas de dilatación, rodillos de apoyo, etc.).

En la sección 3.4 decíamos que la dilatación (o contracción) lineal debida al cambio de temperatura sería

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T. \quad (3.12)$$

Por otro lado, en teoría de la elasticidad se obtiene que al aplicar una fuerza de módulo  $F$  sobre una barra de longitud inicial  $l_0$  y sección transversal  $S$ , la barra se dilata (o contrae) según la ecuación

$$\Delta l = \frac{1}{E} l_0 \frac{F}{S}, \quad (3.13)$$

donde  $E$  es una constante característica de la sustancia que constituye la barra, que se llama *módulo de Young*. En la ec. (3.13) es fácil comprobar que  $E$  tiene dimensiones de fuerza/superficie o, equivalentemente, de presión.

Comparando las expresiones (3.12) y (3.13), se obtiene que la magnitud del esfuerzo  $F/S$  debido a un incremento de temperatura  $\Delta T$  viene dado por:

$$\frac{F}{S} = \alpha E \Delta T. \quad (3.14)$$

La magnitud de los esfuerzos térmicos es muy elevada. Así, por ejemplo, un aumento de  $30^\circ\text{C}$  en una viga de acero de  $25\text{ cm} \times 25\text{ cm}$  de sección dará lugar a una fuerza expansiva de  $4,16 \times 10^6\text{ N}$ .

### 3.5.2. Esfuerzos térmicos en la dilatación volumétrica

Si un material dilatante de volumen  $V_0$  se encuentra limitado completamente por una superficie muy rígida de forma que su volumen no pueda variar, cuando aumente la temperatura aparecerán esfuerzos térmicos consistentes en un incremento de presión (o, lo que es lo mismo, una fuerza normal por unidad de superficie) que el volumen encerrado ejercerá sobre la superficie que lo rodea.

Si estuviera permitida la variación de volumen, el incremento de volumen  $\Delta V$  que experimentaría el material al aumentar la temperatura en una cantidad  $\Delta T$  sería:

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta T. \quad (3.15)$$

Por otra parte, cuando un volumen de cierto material se somete a un incremento de presión  $\Delta p$  en toda su superficie su volumen varía en la cantidad

$$\Delta V = -\frac{\Delta p V_0}{B}, \quad (3.16)$$

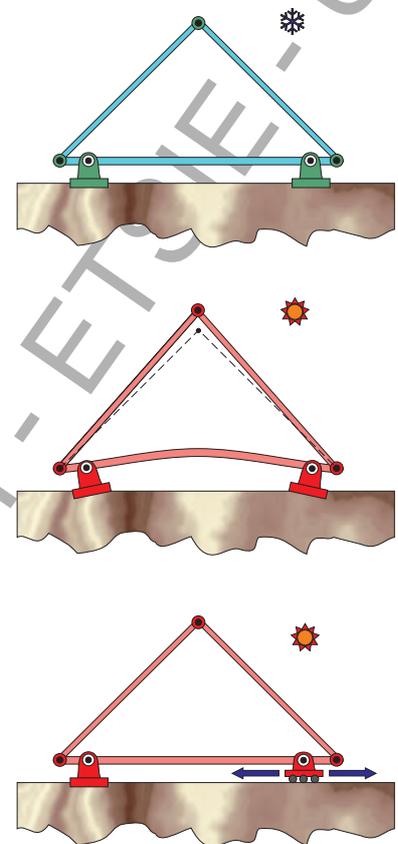


FIGURA 3.6: Esfuerzos térmicos en la dilatación lineal. La estructura, construida en invierno (arriba), sufre una importante deformación en verano al serle impedida la dilatación (centro). Dicha deformación puede evitarse posibilitando la dilatación (debajo).

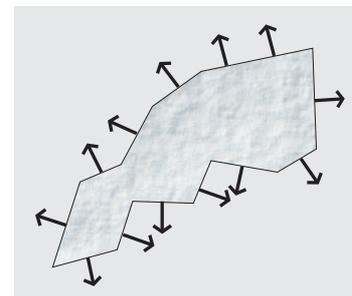


FIGURA 3.7: Esfuerzos térmicos en la dilatación cúbica.

donde  $B$  es el llamado *módulo de compresibilidad isoterma*, que es una constante característica de cada sustancia (definida en la sección ?? del tema ??). El signo menos en esta expresión indica que un aumento de presión lleva aparejada una disminución de volumen.

De las expresiones (3.15) y (3.16) se deduce entonces que para evitar el incremento de volumen  $\Delta V$  que sufriría el material cuando se eleva la temperatura una cantidad  $\Delta T$ , sobre las paredes debe aparecer un incremento de presión  $\Delta p$  tal que:

$$\gamma V_0 \Delta T - \frac{\Delta p V_0}{B} = 0, \quad (3.17)$$

de donde:

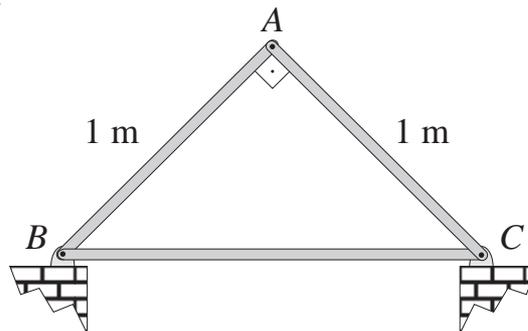
$$\Delta p = \gamma B \Delta T. \quad (3.18)$$

### PROBLEMA RESUELTO 3.2:

En la figura se muestra la estructura articulada de una construcción, formada por tres barras de acero articuladas entre sí y con el exterior. La estructura se construyó en verano, cuando la temperatura exterior era  $T = 30^\circ\text{C}$ . Si en el invierno la temperatura es de  $10^\circ\text{C}$ ,

- ¿qué desviación experimentará la articulación en  $A$ ?
- ¿qué esfuerzo térmico experimentará la barra  $BC$ ?

*Datos adicionales:* Coeficiente de dilatación lineal del acero,  $\alpha = 11,7 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Módulo de Young del acero,  $E = 2,07 \times 10^{11} \text{ Pa}$ . Sección normal de las barras,  $S = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ .



PROBLEMA RESUELTO 3.2

### Solución:

(a) Las barras inclinadas  $AB$  y  $AC$  sufren una contracción debido a la bajada de temperatura desde  $30^\circ$  (verano) a  $10^\circ$  (invierno),  $\Delta T = -20^\circ$ . La barra horizontal  $BC$  no sufre contracción porque está ligada (dóblemente articulada) al suelo exterior, el cual suponemos que sufre una contracción despreciable y que, por tanto, no deja contraerse a la barra  $BC$ . Debido a eso, lo que sí experimentará la barra  $BC$  será un esfuerzo térmico,  $\tau_{\text{ter}}$ .

Por la simetría, las contracciones que experimentan  $AB$  y  $AC$  son iguales, digamos  $\Delta l$ , que vendrá dada por la fórmula:

$$\begin{aligned}\Delta l &= l_0 \alpha \Delta T \\ &= 1 \text{ m} \times 11,7 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \times (-20)^\circ\text{C} \\ &= -234 \times 10^{-6} \text{ m} \\ &= -0,234 \text{ mm},\end{aligned}\tag{P2.1}$$

donde el signo menos nos quiere decir que se trata de una contracción en vez de una dilatación, como ya sabíamos.

Por las articulaciones que tienen las barras, la deformación y el movimiento compatible con las ligaduras sólo pueden ser los que se muestran en la fig. P2a: el nudo  $A$  baja una distancia  $\delta$  porque las barras se contraen una longitud  $\Delta l$ . Lo que nos piden es la desviación  $\delta$  en este primer apartado. Debido a que  $\delta, \Delta l \ll l_0$ , hemos supuesto en la fig. P2a que las barras contraídas se mantienen paralelas a las originales, conservándose así aproximadamente el ángulo recto entre las barras. Esto va a simplificar mucho la geometría del problema, pues del triángulo rectángulo resaltado en el dibujo observamos que

$$\cos 45^\circ = \frac{|\Delta l|}{\delta},\tag{P2.2}$$

$$\delta = \frac{|\Delta l|}{\cos 45^\circ}.\tag{P2.3}$$

Así, finalmente,

$$\begin{aligned}\delta &= \sqrt{2}|\Delta l| \\ &= 0,331 \text{ mm}.\end{aligned}\tag{P2.4}$$

(b) Como la barra  $BC$  no puede contraerse, experimenta un esfuerzo térmico de valor:

$$\begin{aligned}\tau_{\text{ter}} &= E \alpha \Delta T \\ &= 2,07 \times 10^9 \text{ Pa} \times 11,7 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \times (-20)^\circ\text{C} \\ &= -48,4 \times 10^6 \text{ Pa} \\ &= -48,4 \text{ MPa} \\ &= -484 \text{ atm},\end{aligned}\tag{P2.5}$$

donde el signo menos nos indica que se trata de un esfuerzo de tracción en vez de compresión, pues a la barra no se le deja contraerse mediante un *estiramiento* con el esfuerzo hallado.

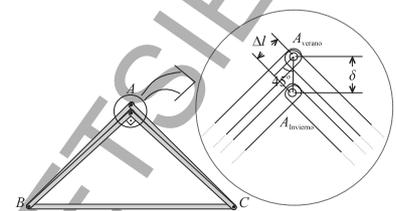


FIGURA P2a: Resolución del apartado (a).

### 3.6. Calor

En el apartado 3.3 se ha tratado el concepto de temperatura en conexión con el equilibrio térmico. Cuando se ponen en contacto dos cuerpos que inicialmente

**Sir Benjamin Thompson, conde de Rumford** [North Woburn (Massachusetts), 1753; Anteuil (París), 1814]: Aportó en 1778 la primera prueba decisiva de que el calor no podía ser una sustancia, al observar el que se generaba por fricción al perforar cañones, durante su estancia en la fábrica de artillería de Baviera. Físico, químico, ingeniero e inventor de, por ejemplo, la calefacción central, la chimenea sin humos, el horno de cocina, la ropa interior térmica y la olla a presión.

**James Prescott Joule** [Salford (Lancashire), 1818; Sale (Cheshire), 1889]: Es el autor de la célebre ley que lleva su nombre que describe el efecto consistente en el desprendimiento de calor por una corriente eléctrica que circula por una resistencia. La unidad fundamental de energía en el SI, el julio, se llama así en su honor.

no están en equilibrio térmico sus temperaturas varían hasta que se alcanza este.

Hasta finales del s. XVIII se pensaba que al poner en contacto cuerpos a diferentes temperaturas se transmitía entre ellos un fluido invisible e imponderable al que se llamaba *calórico*. Los trabajos del conde de Rumford y de Joule establecieron que lo que se transmite entre dos cuerpos a diferente temperatura es una forma de *energía*. Se trata de una transferencia de energía que se produce exclusivamente en virtud de la diferencia de temperaturas. Ese flujo de energía se denomina *flujo calorífico* y a la forma de energía, siempre en tránsito, se llama *calor*. Por tanto, calor es la energía que se transmite entre dos sistemas en virtud de su diferencia de temperatura.

### 3.6.1. Julio y caloría

La *caloría*, cal, es una unidad práctica del calor o energía térmica. Fue introducida para la medida del flujo calorífico durante la época del calórico y puede definirse como la energía térmica necesaria para elevar en  $1^\circ\text{C}$  la temperatura de un gramo de agua de  $14,5^\circ\text{C}$  a  $15,5^\circ\text{C}$  a 1 atm de presión. Su equivalencia con la unidad de energía del SI es

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J.} \quad (3.19)$$

La relación entre la caloría y el julio fue obtenida por Joule en 1849 mediante una experiencia en la que una cierta cantidad de trabajo mecánico se transformaba íntegramente en calor. En dicho experimento, una pesa caía desde una cierta altura poniendo en movimiento una rueda de paletas, la cual giraba dentro de un vaso con agua y elevaba su temperatura.

## 3.7. Calorimetría

### 3.7.1. Calor específico y capacidad calorífica

El calor  $\delta Q$  necesario para aumentar la temperatura de una masa  $m$  de sustancia en una pequeña cantidad  $dT$  está dado por<sup>2</sup>

$$\delta Q = mc_x dT, \quad (3.20)$$

donde  $c_x$  se denomina *calor específico a x constante* y sus unidades son  $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$  o  $\text{cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . El calor específico de una sustancia depende de la temperatura y de otras magnitudes físicas, como por ejemplo la presión o el volumen. Por ello debe especificarse la forma en que tiene lugar el proceso, lo que se indica mediante el subíndice  $x$ . En los sólidos, los valores específicos *a presión constante*,  $c_p$ , y *a volumen constante*,  $c_V$ , difieren muy poco, pero no sucede así en los gases. La dependencia de  $c_p$  y  $c_V$  con la temperatura no es muy importante, así que ambas se suelen suponer independientes de  $T$ .

Se llama *capacidad calorífica a x constante*,  $C_x$ , a la cantidad

$$C_x = mc_x. \quad (3.21)$$

<sup>2</sup>La notación  $\delta Q$ , en lugar de  $dQ$ , se debe a que se trata de una diferencial inexacta. Su integración depende del proceso que tenga lugar.

Sustancia	$c_p$ (J g <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )
Plomo	0,13
Cobre	0,39
Hierro	0,47
Hormigón	0,84
Vidrio	0,84
Aluminio	0,91
Hielo	2,1
Madera de pino	2,8
Agua	4,19

TABLA 3.4: Calores específicos a presión constante.

Sus unidades son JK<sup>-1</sup> o cal °C<sup>-1</sup>.

Si la dependencia con la temperatura no es muy fuerte se puede calcular la cantidad de calor  $Q$  que hay que suministrar a una masa  $m$  de una sustancia en un proceso a  $x$  constante para elevar la temperatura desde  $T_1$  hasta  $T_2$  como

$$\begin{aligned} Q &= mc_x(T_2 - T_1) \\ &= C_x(T_2 - T_1). \end{aligned} \quad (3.22)$$

### 3.7.2. Cambios de fase. Calor latente

Una *fase* es un sistema o subsistema de composición química y estructura física homogéneas, limitado por una frontera a través de la cual las propiedades físicas cambian bruscamente. Por lo general, en sistemas de una sustancia pura, cada fase puede identificarse con un estado de agregación (*i. e.*, sólido, líquido o gaseoso). Así, un volumen de agua en equilibrio con su vapor es un sistema constituido por dos fases. No siempre estado de agregación y fase coinciden. Por ejemplo, existen distintos tipos de hielo: hielo I, hielo II, hasta hielo VII, que se diferencian fundamentalmente en su modo de cristalización. Cada uno de ellos debe considerarse una fase distinta, aun cuando el estado de agregación es el mismo.

Cuando un sistema (o parte de él) experimenta un *cambio de fase* las características físicas de la sustancia que forma el sistema cambian. Algunos cambios de fase comunes son el paso de sólido a líquido (fusión) y el de líquido a gas (ebullición). Estos cambios de fase llevan aparejado un intercambio de calor *sin que varíe la temperatura del sistema*.

El calor  $Q$  transferido en el cambio de fase a una masa  $m$  de un sistema puede obtenerse como

$$Q = Lm, \quad (3.23)$$

donde  $L$  es el llamado *calor latente*, correspondiente al cambio de fase de que se trate. Este calor latente depende de la sustancia y de la naturaleza del cambio. Se llama *calor latente de fusión*,  $L_f$ , al calor que hay que aportar a la unidad de masa para que se produzca el cambio de sólido a líquido, y *calor latente de vaporización*,  $L_v$ , al que es necesario aportar para el cambio de líquido a vapor. A los cambios inversos a los indicados (de líquido a sólido y de vapor a líquido) corresponden los mismos calores latentes, pero el calor es cedido por el sistema en lugar de absorbido. El valor del calor latente para un cambio de

Sustancia	$T_f$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$L_f$ ( $\text{J g}^{-1}$ )	$T_e$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$L_v$ ( $\text{J g}^{-1}$ )
Hidrógeno	-259,31	58,6	-252,89	452
Nitrógeno	-209,97	25,5	-195,81	201
Oxígeno	-218,79	13,8	-182,97	213
Alcohol etílico	-114	104,2	78	854
Agua	0	335	100	2256
Plomo	327	24,5	1750	871
Cobre	1083	134	1187	5069

TABLA 3.5: Calores latentes de fusión,  $L_f$ , y vaporización,  $L_v$ , y puntos de fusión,  $T_f$ , y ebullición,  $T_e$ , a 1 atm.

fase dado, así como la temperatura a que sucede éste dependen de la presión, que se supone constante durante el proceso.

### PROBLEMA RESUELTO 3.3:

Un sistema calefactor, cuyo rendimiento es del 60 %, se basa en enfriar un recipiente de 100 l de agua desde  $22^{\circ}\text{C}$  hasta  $-7^{\circ}\text{C}$ , y transferir el calor a un depósito que contiene 500 kg de una sustancia de calor específico  $c_p(\text{sust}) = 3 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$ , cuya temperatura inicial también es de  $22^{\circ}\text{C}$ . Determina:

- El calor neto transferido a la sustancia.
- La temperatura final de ésta.

*Datos adicionales:* Calor específico del agua líquida,  $c_p(\text{agua}) = 4,2 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$ . Calor específico del hielo,  $c_p(\text{hielo}) = 2,1 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$ . Calor latente de fusión del agua,  $L_f = 335 \text{ kJ/kg}$ .

#### Solución:

- La masa de agua contenida en el recipiente de 100 l será

$$\begin{aligned}
 m &= \rho V \\
 &= 1 \text{ kg/l} \times 100 \text{ l} \\
 &= 100 \text{ kg.}
 \end{aligned}
 \tag{P3.1}$$

Esta masa de agua se enfriará desde  $22^{\circ}\text{C}$  a  $0^{\circ}\text{C}$ . A esta temperatura sufrirá un cambio de fase, transformándose en hielo a  $0^{\circ}\text{C}$ , que deberá enfriarse hasta alcanzar  $-7^{\circ}\text{C}$ . Calcularemos el calor cedido en cada uno de estos procesos.

Calor cedido al enfriarse el agua desde  $22^{\circ}\text{C}$  a  $0^{\circ}\text{C}$ :

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= mc_p(\text{agua})\Delta T \\
 &= 100 \times 4,2 \times 22 \\
 &= 9240 \text{ kJ.}
 \end{aligned}
 \tag{P3.2}$$

Calor cedido en el cambio de fase de agua líquida a hielo:

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= mL_f \\
 &= 100 \times 335 \\
 &= 33500 \text{ kJ.}
 \end{aligned}
 \tag{P3.3}$$

Calor cedido al enfriarse el hielo desde  $0^{\circ}\text{C}$  a  $-7^{\circ}\text{C}$ :

$$\begin{aligned} Q_3 &= mc_p(\text{hielo})\Delta T \\ &= 100 \times 2,1 \times 7 \\ &= 1470 \text{ kJ.} \end{aligned} \quad (\text{P3.4})$$

Calor total cedido por el agua:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= 9240 + 33500 + 1470 \\ &= 44210 \text{ kJ.} \end{aligned} \quad (\text{P3.5})$$

Dado que el rendimiento  $r$  del sistema calefactor es del 60 %, el calor neto transferido a la sustancia del depósito será

$$\begin{aligned} Q_{\text{neto}} &= Q \times r \\ &= 44210 \times 0,60 \\ &= 26526 \text{ kJ.} \end{aligned} \quad (\text{P3.6})$$

(b) Tras recibir el calor  $Q_{\text{neto}}$ , la temperatura de dicha sustancia, de masa  $m_{\text{sust}} = 500 \text{ kg}$ , se eleva de una temperatura inicial de  $T_i = 22^{\circ}\text{C}$  a una temperatura final  $T_f$ , que calcularemos despejándola de la expresión

$$Q_{\text{neto}} = m_{\text{sust}}c_p(\text{sust})(T_f - T_i), \quad (\text{P3.7})$$

de donde,

$$\begin{aligned} T_f &= T_i + \frac{Q_{\text{neto}}}{m_{\text{sust}}c_p(\text{sust})} \\ &= 22 + \frac{26526}{500 \times 3} \\ &= 39,7^{\circ}\text{C.} \end{aligned} \quad (\text{P3.8})$$

### 3.8. Mecanismos de transmisión del calor

La propagación o transmisión del calor es un fenómeno direccional orientado desde los cuerpos cuya temperatura es más alta hacia aquéllos que la tienen más baja y, por tanto, tendente a igualar las temperaturas. El proceso de transporte de calor puede tener lugar de tres maneras distintas: por conducción, por convección y por radiación. Cuando concurren simultáneamente varios de estos procesos, el calor transmitido será la suma de las cantidades transferidas por medio de cada uno de ellos.

### 3.8.1. Conducción térmica

La transmisión del calor por *conducción térmica* entre dos cuerpos requiere el contacto directo entre éstos y tiene lugar *sin que haya transporte de masa*. Esta forma de transmisión del calor ocurre, por ejemplo, cuando se calienta una barra metálica por un extremo: el calor se propaga hacia el extremo opuesto, aun cuando éste esté alejado del foco de calor.

La conducción térmica es el mecanismo predominante de transferencia de calor en los sólidos. Microscópicamente, la propagación del calor se debe a la vibración de los átomos o moléculas en torno a sus posiciones de equilibrio, las cuales se propagan a través de la red cristalina.

En los metales, los movimientos de los electrones libres, con mayores velocidades cuanto más alta es la temperatura, contribuyen a la propagación del calor. Este hecho explica que los metales sean los mejores conductores del calor.

En los fluidos, la conducción térmica tiene lugar porque las moléculas de las regiones más calientes van cediendo energía cinética mediante colisiones a las moléculas de regiones adyacentes, más frías. Normalmente este fenómeno acompaña a la convección, que en un fluido es el mecanismo de transmisión de calor predominante.

### 3.8.2. Convección térmica

La propagación del calor por *convección térmica* se da exclusivamente en los fluidos y, al contrario que en la conducción térmica, *existe transporte macroscópico de masa fluida*.

La transferencia de calor por convección ocurre, por ejemplo, cuando calentamos la parte inferior de un fluido contenido en un recinto. El fluido más caliente disminuye su densidad y, al ser más ligero, asciende, en tanto que el fluido más frío, que es más denso, desciende. Se engendra de esta forma un sistema de corrientes tendente a establecer la uniformidad de temperatura en el seno del fluido.

La propagación del calor por convección tiene muchas aplicaciones técnicas tales como la mayoría de tipos de calefacción doméstica y en arquitectura bioclimática (muro Trombe en casas solares). En la naturaleza se produce convección en los movimientos de las masas atmosféricas y en las corrientes marinas. Otro ejemplo es lo que ocurre en un lago en invierno (en algunas latitudes): si la temperatura del aire en contacto con la superficie del lago desciende, la disminución de la temperatura del agua de la superficie hace que aumente su densidad y descienda hacia el fondo, siendo sustituida por agua situada debajo, la cual, a su vez, se enfría y desciende. Llega un momento en que la densidad del agua del fondo es máxima, lo cual ocurre a  $4^{\circ}\text{C}$ , y cesa la convección, con lo que la ulterior congelación de la superficie no afectará a la temperatura del agua del fondo, que continuará siendo  $4^{\circ}\text{C}$ .

### 3.8.3. Radiación térmica

El modo de propagación del calor por *radiación térmica* tiene su origen en el hecho de que todo cuerpo con una temperatura superior al cero absoluto emite energía electromagnética. De la misma manera, todo cuerpo absorbe energía electromagnética procedente del exterior. La propagación de las ondas electromagnéticas *no precisa un medio material*, por lo que gracias a la radiación puede transferirse calor aunque entre los cuerpos medie el vacío. Así se

explica, por ejemplo, la energía calorífica que llega a la Tierra proveniente del Sol a través del espacio vacío.

### 3.9. Transmisión del calor por conducción en paredes y tuberías

#### 3.9.1. Ley de Fourier

Consideremos una lámina de área  $S$  y espesor  $dx$ . Supongamos que cada cara de la lámina tiene la misma temperatura en todos sus puntos y que la diferencia de temperatura entre las caras es  $dT$ . El calor que por unidad de tiempo atraviesa la lámina es la magnitud  $\dot{Q} = dQ/dt$ , también llamada potencia calorífica o flujo de calor, y se mide en J/s o vatios (W) en el SI, aunque también se utilizan unidades mixtas, como kcal/s. Experimentalmente se encuentra que viene dada por

$$\dot{Q} = -kS \frac{dT}{dx}. \quad (3.24)$$

Ésta es la ecuación general que gobierna la conducción del calor a lo largo del eje  $x$  y se conoce como *ley de Fourier*. El cambio de temperatura por unidad de longitud,  $dT/dx$ , se denomina *gradiente de temperatura*. El signo menos en la expresión (3.24) indica que el flujo de calor es de sentido (signo) contrario al del gradiente, esto es,  $\dot{Q} > 0$  si  $T$  decrece con  $x$  ( $dT/dx < 0$ ). Finalmente,  $k$  es una magnitud característica de cada material y recibe el nombre de *coeficiente de conductividad térmica* o, abreviadamente, *conductividad térmica*. En ocasiones, se llama *resistividad térmica* a  $k^{-1}$ . El coeficiente de conductividad térmica puede interpretarse como la cantidad de calor que, por unidad de tiempo y superficie, atraviesa un espesor unidad cuando la diferencia de temperatura es un kelvin (o un grado centígrado). Se mide en W/mK, en el SI, pero se puede encontrar con frecuencia en kcal/h m °C o cal/s m °C. Conviene señalar que la conductividad térmica de muchas sustancias aumenta ligeramente con la temperatura, pero se trata de una variación tan pequeña que en la práctica suele despreciarse, por lo que  $k$  se toma como una constante característica de cada material. Según la ec. (3.24) cuanto mayor sea el valor de  $k$  mayor es el ritmo de flujo de calor, para temperaturas y sección dadas. Diremos, por tanto, que una sustancia es mejor conductor del calor que otra si su conductividad térmica es mayor. Buenos conductores típicos son los metales, cuyas conductividades térmicas son mucho mayores que las de los sólidos no metálicos, los líquidos y los gases (véase la tabla 3.6). En los fluidos, en general, puede despreciarse el calor transmitido por conducción frente al que se transfiere por convección.

#### 3.9.2. Conducción a través de una pared plana sin pérdidas laterales

Consideremos una pared plana uniforme, de sección transversal  $S$ , espesor constante  $d$ , sin pérdidas laterales de energía y por la que se transmite el calor en *régimen estacionario* (fig. 3.8), es decir, que la temperatura en cada punto del espacio no varía en el tiempo.

**Jean Baptiste Joseph, barón de Fourier** (Auxerre, 1768; París, 1830): Creó una teoría de la dispersión del calor, en la cual introdujo el método del desarrollo de funciones en series que lleva su nombre.

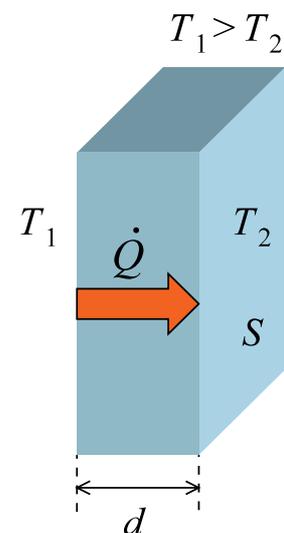


FIGURA 3.8: Conducción a través de una pared plana.

TABLA 3.6: Coeficientes de conductividad térmica.

Sustancia	$k$ ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
Poliestireno	0,01–0,05
Aire	0,024
Corcho	0,04
Madera	0,04–0,12
Ladrillo refractario	0,15
Ladrillo rojo	0,6
Hormigón	0,8
Vidrio	0,8
Hielo	1,6
Plomo	34,7
Acero	50,2
Latón	109
Aluminio	205
Cobre	385

Sea  $T_1$  la temperatura en la cara izquierda de la pared y  $T_2 < T_1$  la temperatura en la cara derecha. Siendo el régimen de conducción estacionario, la potencia calorífica  $\dot{Q}$ , transmitida a través *cualquier* sección de la pared será la misma. Dicha potencia puede obtenerse multiplicando la ec. (3.24) por  $dx$  e integrando entre las coordenadas correspondientes a la cara izquierda de la pared,  $x = 0$  a  $T = T_1$ , y las de la cara derecha,  $x = d$  a  $T = T_2$ ,

$$\int_0^d \dot{Q} dx = -kS \int_{T_1}^{T_2} dT. \quad (3.25)$$

Teniendo en cuenta que  $\dot{Q}$  es constante en el régimen estacionario de conducción se obtiene

$$\dot{Q}d = kS(T_1 - T_2), \quad (3.26)$$

o equivalentemente,

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{d/kS}. \quad (3.27)$$

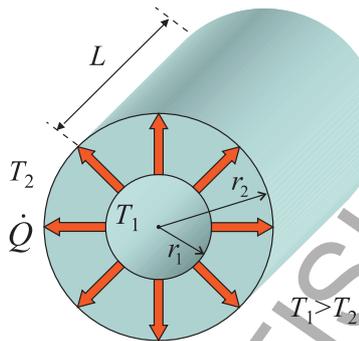


FIGURA 3.9: Conducción a través de un tubo cilíndrico.

### 3.9.3. Conducción a través de un tubo cilíndrico

Sea un tubo de longitud  $L$ , cuya sección recta es una corona circular de radio interior  $r_1$  y radio exterior  $r_2$  (fig. 3.9) y por el que se transmite el calor en régimen estacionario. Sean  $T_1$  y  $T_2$  las temperaturas en todos los puntos de la pared interior y exterior, respectivamente.

La cantidad de calor conducida por unidad de tiempo a través de una pared tubular de radio interior  $r$  y espesor  $dr$  está dada, según la ley de Fourier, por

$$\dot{Q} = -S(r)k \frac{dT}{dr}, \quad (3.28)$$

donde  $S(r) = 2\pi rL$  es el área de la pared interior. Multiplicando esta ecuación por  $dr/r$  e integrando entre las coordenadas radiales correspondientes a las paredes interior y exterior, y entre las temperaturas de dichas paredes, resulta

$$\int_{r_1}^{r_2} \dot{Q} \frac{1}{r} dr = -2\pi Lk \int_{T_1}^{T_2} dT. \quad (3.29)$$

Teniendo en cuenta que  $\dot{Q}$  es constante en el régimen estacionario de conducción se obtiene

$$\dot{Q} \ln \frac{r_2}{r_1} = 2\pi Lk(T_1 - T_2), \quad (3.30)$$

o equivalentemente,

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi Lk} \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (3.31)$$

### 3.9.4. Resistencia térmica y asociaciones de conductores

#### Concepto de resistencia térmica

Las expresiones (3.27) y (3.31) de conducción del calor guardan gran similitud con la *ley de Ohm* de la conducción eléctrica. Dicha ley relaciona la intensidad (*i. e.*, carga eléctrica por unidad de tiempo) que atraviesa un conductor de resistencia  $\mathcal{R}$  con la diferencia de potencial  $V_1 - V_2$  aplicada entre sus extremos,

$$I = \frac{V_1 - V_2}{\mathcal{R}}. \quad (3.32)$$

Tal analogía sugiere reescribir las ecs. (3.27) y (3.31) como

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R}, \quad (3.33)$$

donde  $R$  se denomina *resistencia térmica*<sup>3</sup>, en correspondencia con la resistencia eléctrica de un conductor óhmico. En el SI, la resistencia térmica se mide en K/W.

En particular, para una pared plana de espesor  $d$  y superficie  $S$ , la resistencia térmica resulta

$$R = \frac{d}{kS}. \quad (3.34)$$

Por otro lado, para un conductor tubular de radio interior  $r_1$ , radio exterior  $r_2$ , longitud  $L$  y conductividad térmica  $k$ , se obtiene

$$R = \frac{1}{2\pi Lk} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3.35)$$

#### Asociación en serie

Consideremos una asociación de dos conductores consecutivos de diferente material. En el régimen estacionario de conducción, el flujo de calor total que por unidad de tiempo atraviesa cada conductor será el mismo

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2. \quad (3.36)$$

Por lo tanto, si llamamos  $T_0$ ,  $T_1$  y  $T_2$  a las temperaturas en las paredes (véanse figuras 3.10 y 3.11), se tiene que

$$\dot{Q} = \frac{T_0 - T_1}{R_1} = \frac{T_1 - T_2}{R_2} \quad (3.37)$$

<sup>3</sup>En algunos textos, entre ellos el vigente Código Técnico de la Edificación, se denomina *resistencia térmica unitaria* o, simplemente, *resistencia térmica* a  $R = d/k$ , es decir, a la resistencia térmica para una pared de superficie unidad.

**Georg Simon Ohm** (Erlangen, 1787; Munich, 1854): Descubrió la ley que lleva su nombre en 1826.

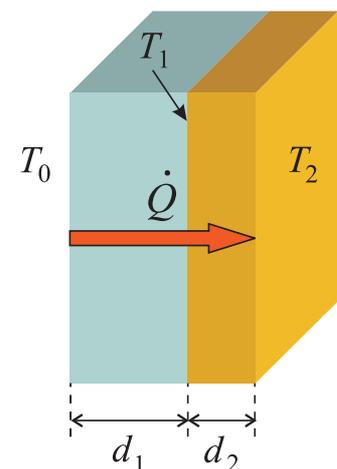


FIGURA 3.10: Asociación en serie de dos láminas planas.

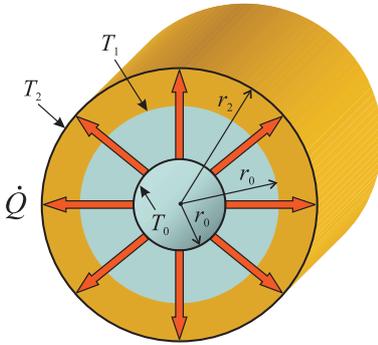


FIGURA 3.11: Asociación en serie de dos tubos cilíndricos concéntricos.

donde  $R_1$  y  $R_2$  son las resistencias térmicas correspondientes a los conductores 1 y 2, respectivamente. Podemos definir entonces una *resistencia térmica equivalente* de la asociación de los conductores,  $R_{eq}$ , a partir de

$$\dot{Q} = \frac{T_0 - T_2}{R_{eq}}, \quad (3.38)$$

donde  $T_0$  y  $T_2$  son las temperaturas en las caras que limitan la asociación. Despejando  $T_0 - T_1$  y  $T_1 - T_2$  de la expresión (3.37) y teniendo en cuenta que  $T_0 - T_2 = (T_0 - T_1) + (T_1 - T_2)$ , obtenemos que la resistencia térmica equivalente es la suma de las resistencias térmicas de cada uno de los conductores

$$R_{eq} = R_1 + R_2, \quad (3.39)$$

en analogía con lo que ocurre con la asociación en serie de resistencias eléctricas.

Este resultado se puede generalizar para un número arbitrario  $N$  de conductores en serie:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i. \quad (3.40)$$

### Asociación en paralelo

Consideremos una asociación de dos conductores de distinto espesor, superficie y material, conectados lateralmente y aislados térmicamente entre sí (fig. 3.12). El flujo de calor que por unidad de tiempo atraviesa la asociación de los conductores será la suma de los flujos a través de cada uno de ellos,

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2. \quad (3.41)$$

Si las temperaturas de sus caras,  $T_I$  y  $T_D$ , son comunes para los dos conductores, se tendrá, para el régimen estacionario de conducción,

$$\dot{Q}_1 = \frac{T_I - T_D}{R_1}, \quad (3.42)$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{T_I - T_D}{R_2}, \quad (3.43)$$

donde  $R_1$  y  $R_2$  son las resistencias térmicas de los conductores 1 y 2, respectivamente.

El flujo de calor por unidad de tiempo a través de la asociación de conductores será entonces

$$\dot{Q} = \frac{T_I - T_D}{R_1} + \frac{T_I - T_D}{R_2} = \frac{T_I - T_D}{R_{eq}}. \quad (3.44)$$

de donde

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (3.45)$$

en analogía con lo que ocurre con la asociación en paralelo de resistencias eléctricas.

Este resultado se puede generalizar para un número arbitrario  $N$  de conductores en paralelo:

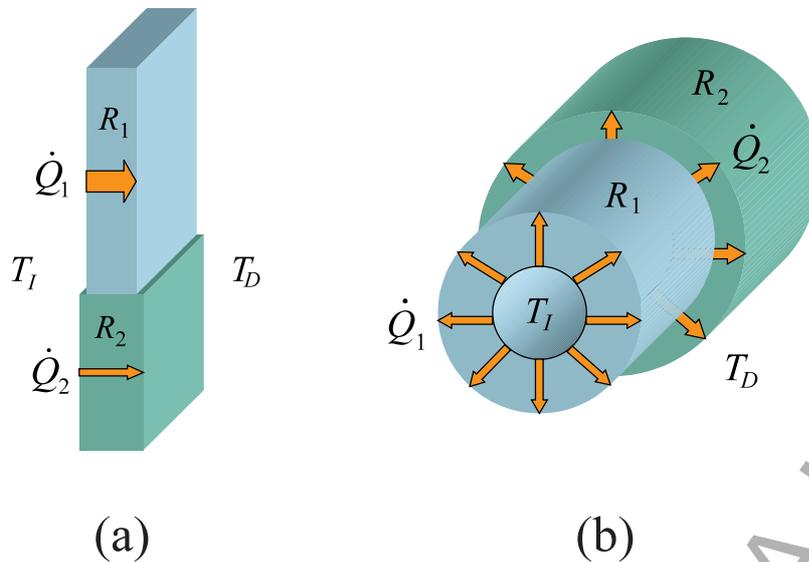


FIGURA 3.12: (a) Dos conductores planos de distinto espesor, superficie y material, conectados lateralmente. (b) Dos conductores cilíndricos de distinto espesor, superficie y material, conectados lateralmente.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}, \quad (3.46)$$

### PROBLEMA RESUELTO 3.4:

La pared exterior de una casa está formada por una capa de ladrillo ( $k_{lad} = 0,7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) de 10 cm seguida por otra de yeso ( $k_{yes} = 0,48 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) de 4 cm de grosor. ¿Qué espesor de lana de piedra ( $k_{lan} = 0,065 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) debe añadirse para reducir las pérdidas (o ganancias) de calor a través de la pared en un 80 %?

#### Solución:

La pared exterior de la casa, sin el aislamiento de lana de piedra, puede considerarse como una asociación en serie de dos paredes planas, la capa de ladrillo y la capa de yeso, por lo que la resistencia térmica de la pared será la suma de las resistencias térmicas de ambas capas. La potencia calorífica  $\dot{Q}$  que atraviesa la pared cuando la diferencia de temperatura entre su cara interior y su cara exterior es  $\Delta T$  puede escribirse como

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{lad} + R_{yes}}. \quad (P4.1)$$

Añadiendo una capa de lana de piedra, de grosor desconocido  $d_{lan}$ , que formará una nueva asociación en serie con las dos capas anteriores, la potencia calorífica  $\dot{Q}'$  transmitida con la misma diferencia de temperatura  $\Delta T$  será

$$\dot{Q}' = \frac{\Delta T}{R_{lad} + R_{yes} + R_{lan}}. \quad (P4.2)$$

Si queremos que las pérdidas (o ganancias) de calor se reduzcan en un 80 %,  $\dot{Q}'$  deberá ser un 20 % de  $\dot{Q}$ ,

$$\dot{Q}' = 0,20 \dot{Q},$$

$$\frac{\Delta T}{R_{\text{ladr}} + R_{\text{yes}} + R_{\text{lan}}} = 0,20 \frac{\Delta T}{R_{\text{ladr}} + R_{\text{yes}}}. \quad (\text{P4.3})$$

Recordando la expresión de la resistencia térmica de una pared plana, tendremos que

$$\frac{\Delta T}{\frac{d_{\text{ladr}}}{k_{\text{ladr}}S} + \frac{d_{\text{yes}}}{k_{\text{yes}}S} + \frac{d_{\text{lan}}}{k_{\text{lan}}S}} = 0,2 \frac{\Delta T}{\frac{d_{\text{ladr}}}{k_{\text{ladr}}S} + \frac{d_{\text{yes}}}{k_{\text{yes}}S}}; \quad (\text{P4.4})$$

de donde, empleando unidades del SI,

$$d_{\text{lan}} = \frac{0,8 k_{\text{lan}}}{0,2} \left( \frac{d_{\text{ladr}}}{k_{\text{ladr}}} + \frac{d_{\text{yes}}}{k_{\text{yes}}} \right)$$

$$= \frac{0,8 \times 0,065}{0,2} \left( \frac{0,10}{0,7} + \frac{0,04}{0,48} \right)$$

$$= 0,059 \text{ m}. \quad (\text{P4.5})$$

*Nótese que la solución del problema es independiente de que la capa de lana de piedra se sitúe entre la de yeso y la de ladrillo, o bien externamente junto a la de ladrillo o junto a la de yeso.*

### PROBLEMA RESUELTO 3.5:

Una tubería cilíndrica de acero, de coeficiente de conductividad térmica  $k = 16,3 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ , tiene 8 m de longitud, un radio interior de 1 cm y un radio exterior igual a 2 cm. En el estado estacionario, las temperaturas de las paredes interior y exterior son  $50^\circ\text{C}$  y  $40^\circ\text{C}$ , respectivamente.

- (a) ¿Cuál es la potencia calorífica transferida por conducción a través de la tubería?

A continuación, aislamos la tubería exteriormente con un material de 0,5 cm de espesor y una conductividad térmica  $k' = 0,02 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ . Si la temperatura de la pared interior de la tubería y de la pared exterior del aislante siguen siendo, en el estado estacionario,  $50^\circ\text{C}$  y  $40^\circ\text{C}$  respectivamente,

- (b) ¿Cuál es la potencia calorífica transferida por conducción a través de la tubería de acero? ¿Cuál para el aislante?
- (c) ¿Cuál es la temperatura en la pared intermedia, común al acero y al aislante?

**Solución:**

(a) Recordando la expresión de la resistencia térmica de una tubería cilíndrica, la resistencia térmica de nuestra tubería de acero será

$$\begin{aligned} R_{\text{tubería}} &= \frac{1}{2\pi Lk} \ln \frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{int}}} \\ &= \frac{1}{2\pi \times 8 \times 16,3} \ln \frac{2}{1} \\ &= 8,46 \times 10^{-4} \text{ K/W.} \end{aligned} \quad (\text{P5.1})$$

Llamando a la temperatura de la pared interior  $T_1$  y a la de la pared exterior  $T_2$ , la potencia calorífica transferida a través de la tubería puede calcularse como

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{tubería}}} \\ &= \frac{50 - 40}{8,46 \times 10^{-4}} \\ &= 11820 \text{ W} = 11,82 \text{ kW.} \end{aligned} \quad (\text{P5.2})$$

(b) El aislante que reviste la tubería constituye con la tubería de acero una asociación de conductores térmicos en serie. La resistencia térmica de la tubería de acero está calculada en el apartado anterior, mientras que la de la capa de aislante será

$$\begin{aligned} R_{\text{aislante}} &= \frac{1}{2\pi Lk'} \ln \frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{int}}} \\ &= \frac{1}{2\pi \times 8 \times 0,02} \ln \frac{2 + 0,5}{2} \\ &= 0,222 \text{ K/W.} \end{aligned} \quad (\text{P5.3})$$

Al estar asociadas en serie, la potencia calorífica transmitida a través de la tubería de acero y de la capa de aislante es la misma y se puede calcular como

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{tubería}} + R_{\text{aislante}}} \\ &= \frac{50 - 40}{8,46 \times 10^{-4} + 0,222} \\ &= 44,9 \text{ W.} \end{aligned} \quad (\text{P5.4})$$

Nótese que en esta última expresión la resistencia térmica de la tubería de acero es despreciable frente a la de la capa de aislante.

(c) Para calcular la temperatura  $T_3$  en la pared intermedia de contacto entre el acero y el aislante, centremos nuestra atención en la tubería de acero. La pared interior estará a temperatura  $T_1 = 50^\circ\text{C}$ , mientras que la exterior estará a temperatura  $T_3$ . La potencia calorífica transmitida a través de ella, que hemos calculado en el apartado anterior, puede relacionarse con  $T_3$ , mediante la siguiente expresión:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_3}{R_{\text{tubería}}}, \quad (\text{P5.5})$$

de donde,

$$\begin{aligned} T_3 &= T_1 - \dot{Q}R_{\text{tubería}} \\ &= 50 - 44,9 \times 8,46 \times 10^{-4} \\ &= 49,96^\circ\text{C}. \end{aligned} \quad (\text{P5.6})$$

Igual resultado habríamos obtenido fijando nuestra atención en la capa de aislante en lugar de en la tubería de acero.

### 3.10. Intercambio de calor entre sólidos y fluidos en contacto

El estudio riguroso de la convección debe hacerse aplicando las leyes de la dinámica de fluidos. Debemos señalar, no obstante, que dicho estudio es muy complicado y que no existe ninguna ecuación sencilla que describa el fenómeno, al contrario de lo que ocurre con la conducción. Lo que interesa normalmente, desde un punto de vista arquitectónico, es el calor intercambiado por una superficie sólida a cierta temperatura, que se halla *en contacto con un fluido* a una temperatura distinta. Un ejemplo típico es el de una pared de una casa, una de cuyas caras está en contacto con el aire del ambiente exterior y la otra con el aire de la estancia. Los experimentos llevados a cabo ponen de manifiesto que los factores que influyen en la convección son muy diversos, lo que complica la resolución del problema en exceso. Entre ellos, los más relevantes son: la forma de la superficie sólida, la orientación (horizontal, vertical, oblicua) de dicha superficie, la ubicación de la superficie (techo, suelo, etc.), la naturaleza del fluido (densidad, viscosidad, si se trata de un líquido o un gas, etc.), la velocidad de dicho fluido, el calor específico y la conductividad térmica de las sustancias implicadas, y el que tengan o no lugar determinados procesos, como la evaporación, condensación o formación de películas de fluido sobre la superficie sólida. Tantos factores de influencia hacen que el estudio práctico de la convección —y en particular de la transmisión del calor entre sólidos y fluidos— repose en la experiencia, con lo que se obtienen fórmulas empíricas o semiempíricas que describen razonablemente lo que ocurre.

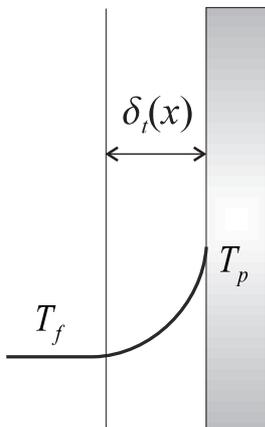


FIGURA 3.13: Espesor  $\delta_t$  de la capa límite térmica.

La experimentación pone de manifiesto que la temperatura en el seno de un fluido es aproximadamente uniforme por la eficiente acción de la convección. Sin embargo, la temperatura del fluido,  $T_f$ , puede diferir significativamente de la temperatura de las paredes en contacto con él,  $T_p$ . La transferencia de calor entre la pared y el fluido tiene lugar por tanto a través de una capa de fluido, generalmente de espesor muy pequeño, que se conoce con el nombre de *capa límite térmica*. Los gradientes de temperatura en la capa límite térmica son lo suficientemente grandes como para hacer que el flujo de calor por conducción perpendicular a la pared sea del mismo orden que el flujo convectivo de calor. Más precisamente, el espesor  $\delta_t$  de la capa límite térmica se define como la distancia a la pared a la cual la temperatura  $T$  del fluido satisface la razón

$$\frac{T_p - T}{T_p - T_f} = 0,99. \quad (3.47)$$

Para describir el fenómeno se ha propuesto una fórmula empírica que guarda parecido formal con la ley de Fourier de la conducción:

$$\dot{Q} = \alpha S(T_p - T_f), \quad (3.48)$$

donde  $S$  es el área de la pared o superficie sólida, y  $\alpha$  es el *coeficiente de convección o de película*, que tiene en cuenta tanto la convección como la conducción, y que depende de los factores de influencia que hemos mencionado anteriormente, por lo que su determinación se realiza por vía experimental para cada configuración y elección de sustancias. Gracias a los experimentos, pues, se cuenta con tablas e incluso gráficas para obtener los coeficientes de convección de instalaciones y aparatos frecuentes en el ámbito tecnológico. En el SI, el coeficiente  $\alpha$  se mide en  $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ . Es común también el uso de unidades mixtas para expresar los valores de  $\alpha$  (por ejemplo,  $\text{kcal}/\text{cm}^2 \text{s}^\circ\text{C}$ ). Aunque  $\alpha$  depende de la diferencia de temperaturas entre la superficie sólida y el fluido<sup>4</sup>, la dependencia no es muy acusada y puede asumirse, en primera aproximación, que  $\alpha$  es constante.

Conviene hacer notar que  $T_p - T_f$  puede ser tanto positiva como negativa; el signo ha de interpretarse como indicador del sentido del flujo calorífico.

Por analogía con la expresión (3.33) para la transmisión de calor por conducción a través de una pared sólida, la ec. (3.48) puede reescribirse como

$$\dot{Q} = \frac{T_p - T_f}{R_s}, \quad (3.49)$$

donde se denomina *resistencia térmica superficial* o *resistencia convectiva*  $R_s$  a la cantidad

$$R_s = \frac{1}{\alpha S}. \quad (3.50)$$

En el SI la resistencia térmica superficial se mide en  $\text{K}/\text{W}$ .

### Transmitancia térmica

Consideremos una pared sólida plana de superficie  $S$  que separa dos volúmenes de fluido, como podría ser uno de los muros de cerramiento de un edificio. Sean  $T_1$  y  $T_4$  las temperaturas de ambos fluidos a una distancia de la pared grande comparada con el espesor de las capas límite térmicas respectivas, y  $T_2$  y  $T_3$  las temperaturas en las caras de la pared que están en contacto con dichos fluidos (fig. 3.14). Supondremos que  $T_1 > T_2 > T_3 > T_4$  y que el flujo de calor es perpendicular a la pared (no hay pérdidas laterales de energía).

En el estado estacionario de transmisión del calor, la potencia calorífica,  $\dot{Q}_1$ , que pasa del fluido a mayor temperatura a la pared será la misma que se transmite a través de la pared,  $\dot{Q}_2$ , y a su vez la misma que pasa de esta al fluido a menor temperatura,  $\dot{Q}_3$ :

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}_3 = \dot{Q}. \quad (3.51)$$

Según la ec. (3.49) la potencia calorífica que pasa del fluido a mayor temperatura a la pared puede escribirse como

$$\dot{Q}_1 = \frac{T_1 - T_2}{R_{s1}}, \quad (3.52)$$

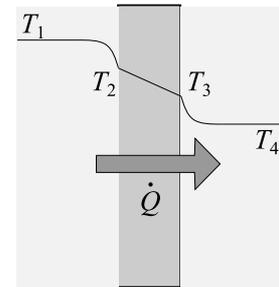


FIGURA 3.14: Transmisión de calor a través de una pared que separa dos fluidos a distinta temperatura.

<sup>4</sup>A la diferencia  $T_p - T_f$  se le denomina a veces *contraste térmico*.

donde  $R_{s1}$  es la resistencia térmica superficial del fluido a mayor temperatura.

Haciendo uso de la ec. (3.33), la potencia calorífica que atraviesa la pared se puede expresar como

$$\dot{Q}_2 = \frac{T_2 - T_3}{R}, \quad (3.53)$$

donde  $R$  es la resistencia térmica de la pared.

Y empleando de nuevo la ec. (3.49), la potencia que pasa de la pared al fluido a menor temperatura será

$$\dot{Q}_3 = \frac{T_3 - T_4}{R_{s3}}, \quad (3.54)$$

donde  $R_{s3}$  es la resistencia térmica superficial del fluido a menor temperatura.

Por tanto, se verificará que

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{s1}} = \frac{T_2 - T_3}{R} = \frac{T_3 - T_4}{R_{s3}}. \quad (3.55)$$

Despejando las diferencias de temperatura  $T_1 - T_2$ ,  $T_2 - T_3$  y  $T_3 - T_4$  de la expresión anterior y teniendo en cuenta que  $T_1 - T_4 = (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_4)$  se obtiene

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_4}{R_{s1} + R + R_{s3}}. \quad (3.56)$$

Nótese que esta expresión equivale formalmente a asociar en serie las resistencias térmicas superficiales de ambos fluidos y la resistencia térmica de la pared sólida.

La potencia calorífica  $\dot{Q}$  transmitida de un fluido a otro a través de la pared también puede escribirse como

$$\dot{Q} = US(T_1 - T_4), \quad (3.57)$$

donde se ha introducido la *transmitancia térmica*  $U$ , que viene dada por la siguiente expresión:

$$U = \frac{1}{(R_{s1} + R + R_{s3})S}. \quad (3.58)$$

La transmitancia térmica  $U$  representa la potencia calorífica que se transmite en régimen estacionario a través de una pared que separa dos fluidos, por unidad de superficie y por unidad de diferencia de temperatura de los fluidos. En el SI, la transmitancia térmica se mide en  $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ .

### Problemas propuestos

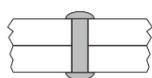
3.1. Una cúpula o domo geodésico construido con una estructura de aluminio ( $\alpha_{Al} = 2,5 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ) está muy cerca de ser un hemisferio perfecto; su diámetro mide 55,0 m en un día de invierno a una temperatura de  $-15 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- (a) ¿Cuál es el aumento en superficie del domo hemisférico en el verano, cuando la temperatura es de  $35 \text{ }^\circ\text{C}$ ?
- (b) ¿Cuánto más espacio interior tiene el domo?

3.2. Se colocan las vías de un ferrocarril, hechas de acero ( $\alpha_{acero} = 1,2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ), cuando la temperatura es de  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Un segmento estándar de ésta medía entonces 12,0 m de largo. ¿Qué espacio mínimo debe dejarse entre los segmentos de vía para que no haya compresión cuando la temperatura alcance los  $42 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

3.3. Un roblón o remache es un perno con dos cabezas salientes que se usa para mantener unidas dos placas metálicas (ver la figura): El roblón se calienta, a continuación se introduce entre las placas, sus extremos se martillean mientras está caliente, y cuando se enfría, al contraerse consigue unir fuertemente las placas. Calcula la fuerza ejercida por un roblón de acero de 10 mm de diámetro que se enfría desde  $500 \text{ }^\circ\text{C}$  (se vería al rojo vivo) hasta  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

*Datos adicionales:*  $\alpha_{acero} = 1,2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $E_{acero} = 2,0 \times 10^{11} \text{ Pa}$ .

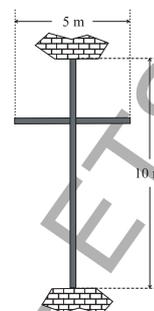


PROBLEMA 3.3

3.4. En la figura se muestra una cruz de acero empotrada por dos de sus extremos al exterior. La cruz se instaló a  $-10 \text{ }^\circ\text{C}$  y entonces tenía 10 m de altura y 5 m de anchura y no estaba sometida a ninguna tensión. Si la temperatura pasa a ser  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ,

- (a) ¿qué esfuerzo térmico experimentará la barra vertical?
- (b) ¿qué dilatación experimentará la barra horizontal?

*Datos adicionales:* Coeficiente de dilatación lineal del acero,  $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Módulo de Young del acero,  $E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ .



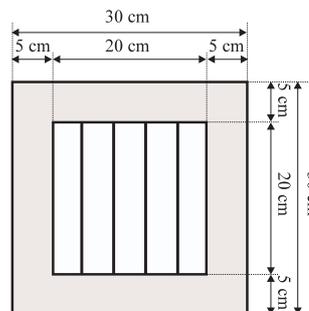
PROBLEMA 3.4

3.5. La figura muestra una rejilla formada por un cerco cuadrado de hormigón al que están sólidamente unidas varias barras de acero. Cuando se fabricó la temperatura era de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  y, en dichas condiciones las dimensiones eran las que se muestran y las barras no estaban sometidas a ninguna tensión. Si la temperatura se eleva hasta alcanzar los  $35 \text{ }^\circ\text{C}$ , calcula:

- (a) El incremento de superficie que sufrirá la rejilla.
- (b) El esfuerzo al que se verán sometidas las barras, indicando si se trata de un esfuerzo de tracción o de compresión.
- (c) Lo mismo que en el apartado (b), suponiendo que las barras fueran de latón.

*Nota:* Supón que el cerco de hormigón es mucho más grueso que las barras, de modo que su dilatación no se ve afectada por la existencia de éstas.

*Datos adicionales:* Coeficientes de dilatación lineal del hormigón, acero y latón:  $\alpha_{horm} = 12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{acero} = 11 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\alpha_{lat} = 19 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Módulos de Young del acero y del latón:  $E_{acero} = 20 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $E_{lat} = 9,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ .



PROBLEMA 3.5

3.6. Un horno microondas calienta 250 g de agua líquida de 20 °C a 100 °C en 1 min 45 s.

- (a) ¿Qué potencia calorífica absorbe el agua líquida en ese proceso?  
 (b) Supuesta la misma potencia, determine cuántos gramos de agua se evaporarían si el horno funcionara durante 2 min.

*Datos adicionales:*  $c_p(\text{H}_2\text{O}(l)) = 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $l_v(\text{H}_2\text{O}) = 2,26 \times 10^6 \text{ J}/\text{kg}$ .

3.7. En el sistema de calefacción por agua caliente de una casa se alimenta a los radiadores con un caudal  $G = 60 \text{ l}/\text{min}$  de agua a 70 °C, que sale después de éstos a 28 °C. El sistema se va a reemplazar por otro de vapor de agua, en el que entra a los radiadores vapor a presión atmosférica y temperatura de ebullición (100 °C), que se condensa y sale de ellos como agua a 35 °C. Si se quiere que la potencia calorífica suministrada por el nuevo sistema sea igual a la del primero, ¿qué gasto másico de vapor de agua deberá circular por él?

*Datos adicionales:*  $c_{p,\text{agua}} = 4,19 \text{ J}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $l_{v,\text{agua}} = 2256 \text{ J}/\text{g}$ .

3.8. Determina el calor que debe suministrarse a un bloque de hielo de 1 kg de masa y a una temperatura de -10 °C para evaporarlo completamente.

Si en lugar de suministrar esta energía en forma de calor se hubiese realizado un trabajo mecánico sobre el bloque, ¿qué velocidad habría alcanzado?

*Datos adicionales.* Calores específicos:  $c_p(\text{agua}) \approx 4,2 \text{ kJ}/\text{kg K}$ ,  $c_p(\text{hielo}) \approx 2,1 \text{ kJ}/\text{kg K}$ ; calores latentes:  $L_f \approx 333 \text{ kJ}/\text{kg}$ ,  $L_v \approx 2255 \text{ kJ}/\text{kg}$ .

3.9. Una tubería cilíndrica de acero de 15 m de longitud transporta agua a 35 °C. La temperatura de la pared exterior de la tubería es 20 °C. El radio interior de la tubería es 2 cm y el grosor de su pared 0,5 cm. Suponiendo que el régimen es estacionario y que la temperatura del agua no cambia a lo largo de toda la tubería, calcula:

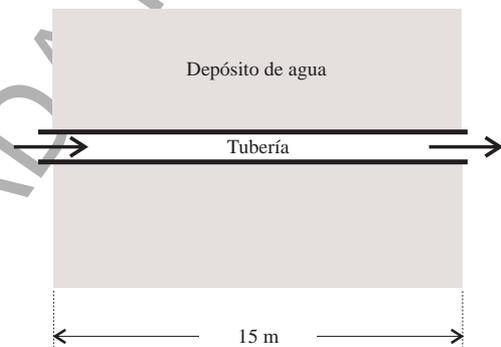
- (a) La potencia calorífica transmitida a través de la pared de la tubería.  
 (b) La potencia calorífica transmitida a través de la pared de la tubería si se recubre externamente ésta con una capa de lana de vidrio de 7 mm de grosor, suponiendo que la temperatura del agua y de la pared exterior de la tubería siguen siendo las mismas.

Como se indica en la figura, la tubería atraviesa un depósito, que contiene inicialmente 13 m<sup>3</sup> de agua a 20 °C. Si

toda la potencia calorífica calculada en el apartado (a) se emplea en calentar este volumen de agua, calcula:

- (c) La temperatura que alcanza el agua del depósito una hora y media después.  
 (d) El incremento de volumen que sufrirá el agua del depósito en esta hora y media.

*Datos adicionales.* Conductividades térmicas:  $k(\text{acero}) = 16,3 \text{ W}/\text{m K}$ ,  $k(\text{lana}) = 0,035 \text{ W}/\text{m K}$ ; calor específico a presión constante:  $c_p(\text{agua}) = 4,2 \text{ kJ}/\text{kg K}$ ; densidad:  $\rho(\text{agua}) = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ ; coeficiente de dilatación cúbica  $3\alpha(\text{agua}) = 9,50 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .



PROBLEMA 3.9

3.10. Una casa tiene un ventanal de 10 m<sup>2</sup> de superficie. El vidrio empleado en su construcción tiene un coeficiente de conductividad térmica  $k_{\text{vidrio}} = 0,80 \text{ W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$  y su espesor es de 7 mm. Si la temperatura en la cara interior del ventanal es 25 °C y en la cara exterior 12 °C,

- (a) ¿qué cantidad de calor se perderá por unidad de tiempo a través del ventanal?

Si el ventanal se hubiera construido con un vidrio doble, formado por dos capas del mismo vidrio anterior, de 7 mm de espesor cada una, separadas por una capa de aire de 3 mm de espesor ( $k_{\text{aire}} = 0,023 \text{ W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ ),

- (b) ¿qué cantidad de calor por unidad de tiempo se perdería entonces para los mismos valores anteriores de la temperatura en las caras interior y exterior del ventanal? Suponga que el calor se transmite a través de la capa de aire exclusivamente por conducción.

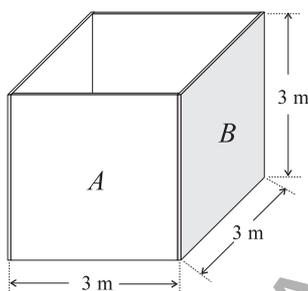
3.11. La habitación de la figura tiene forma cúbica de 3 m de lado. Tres de sus cuatro paredes laterales están hechas de un mismo material  $A$  y tienen un grosor de 18 cm. La cuarta pared es de otro material,  $B$ . Las caras interiores de todas las paredes están a una misma temperatura de  $22^\circ\text{C}$  y las exteriores a  $38^\circ\text{C}$ . Si la resistencia térmica de cada pared de material  $A$  es  $R_A$  y la resistencia térmica de la pared de material  $B$  es  $R_B = R_A/3$ , calcula, en régimen estacionario:

- (a) La resistencia equivalente de las cuatro paredes laterales.
- (b) La potencia calorífica total transmitida por conducción al recinto a través de las cuatro paredes laterales.

Si la cara interior de la pared de material  $B$  se recubre completamente con una capa de lana de vidrio de 10 cm de grosor y las temperaturas interiores y exteriores siguen siendo las mismas, calcula:

- (c) La potencia calorífica total transmitida por conducción al recinto a través de las cuatro paredes laterales.

Datos adicionales. Conductividades térmicas:  $k_A = 2 \text{ W/mK}$ ,  $k(\text{lana}) = 0,035 \text{ W/mK}$ .



PROBLEMA 3.11

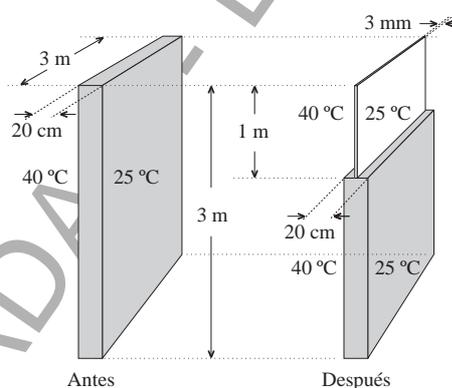
3.12. En la figura se muestra, a la izquierda, la pared exterior de una vivienda, de superficie  $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  y espesor 20 cm. En el verano, la temperatura en la cara exterior de la pared es  $40^\circ\text{C}$ , mientras que en la cara interior es  $25^\circ\text{C}$ . Calcula:

- (a) La resistencia térmica de la pared.
- (b) La potencia calorífica transmitida a través de la pared en el estado estacionario de conducción del calor.

Se quiere instalar un ventanal de vidrio, de dimensiones  $3 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  y espesor 3 mm, en la parte superior de la pared, tal y como se muestra en la figura a la derecha. Si las temperaturas exteriores e interiores, tanto en la pared como en el ventanal de vidrio, son las indicadas anteriormente, calcula:

- (c) La resistencia térmica del sistema pared-ventanal.
- (d) La potencia calorífica transmitida a través del sistema pared-ventanal en el estado estacionario de conducción del calor.
- (e) La potencia calorífica transmitida a través del ventanal en el estado estacionario de conducción del calor.

Datos adicionales. Conductividades térmicas:  $k(\text{pared}) = 0,2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ;  $k(\text{vidrio}) = 0,8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ .



PROBLEMA 3.12

3.13. La calefacción central de una vivienda consta de una caldera, situada en el sótano, que suministra agua caliente a  $60^\circ\text{C}$  a los radiadores situados en las distintas habitaciones de la casa. La tubería que transporta el agua caliente es de acero ( $k = 16,3 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ), de 2 cm de radio interior y 3 mm de grosor, y tiene una longitud total de 15 m. La temperatura ambiente de la casa es de  $25^\circ\text{C}$ .

- (a) Si la temperatura del agua se mantuviera constante en toda la longitud de la tubería, y la temperatura de la pared exterior fuese igual a la temperatura ambiente, ¿qué potencia se perdería por conducción del calor en la tubería?
- (b) Si el agua entra en la caldera a la temperatura ambiente con un gasto de  $6 \text{ l/min}$ , ¿qué potencia consume la caldera? ¿Qué se concluye de la comparación de este resultado con el del apartado anterior?
- (c) Si se recubre la tubería con lana de vidrio ( $k = 0,035 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ), ¿qué grosor deberá tener el aislante para que la potencia perdida por conducción no supere el 1% de la consumida en la caldera?

Datos adicionales. Calor específico a presión constante:  $c_p(\text{agua}) = 4,19 \text{ J g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

3.14. Un avión de pasajeros Boeing 737 Clase 900, cuya longitud de morro a timón trasero es de 42,1 m, destina 31 m de su longitud total al pasaje. Se modela esa zona de pasajeros como un tubo cilíndrico de aluminio de 31 m de longitud, de radio interno igual a 3,75 m, y de espesor 2 cm. Cuando el avión alcanza su régimen y altura de vuelo normales soporta temperaturas exteriores típicas de  $-40^{\circ}\text{C}$ . Se requiere mantener en el habitáculo del pasaje (interior del cilindro) una temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$ , para lo que se emplea una instalación de calefacción que opera suministrando una potencia calorífica de 5500 W, en régimen calorífico estacionario.

(a) Argumenta, apoyándote en un cálculo sencillo, que tal objetivo no es factible a menos que se utilice una capa de material aislante acoplada en serie al fuselaje de aluminio.

El fuselaje de aluminio va revestido *internamente* con una capa de espesor constante a base de espuma sintética aislante cuyo coeficiente de conductividad térmica vale  $k_{\text{aisl}} = 0,02 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ .

(b) Determina el espesor de la capa aislante que permite mantener las condiciones expuestas en el enunciado (desprecia la contribución de la convección, y supón que el calor se transmite por conducción exclusivamente).

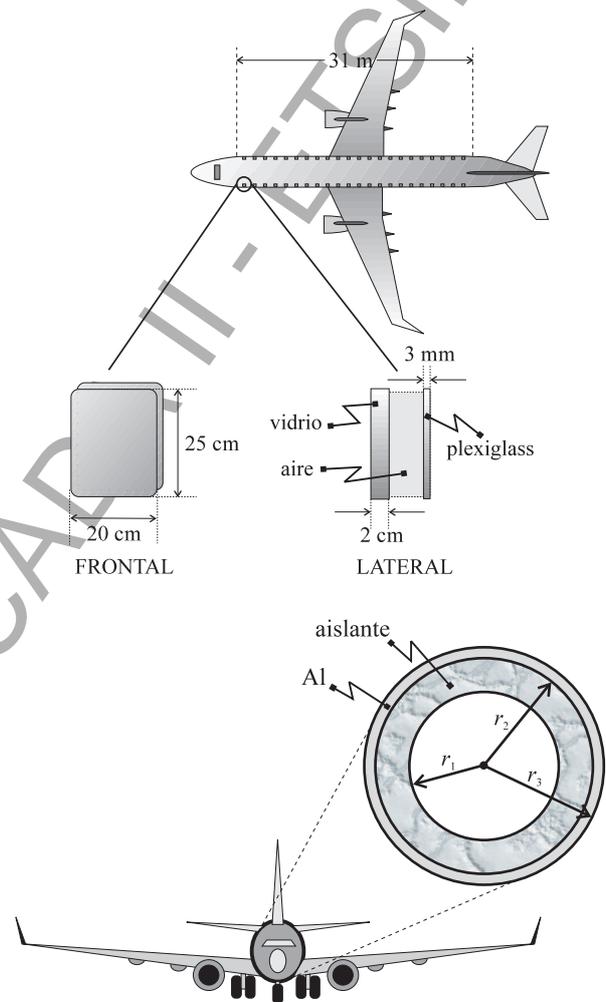
(c) Demuestra, probando con diversos espesores escogidos oportunamente, que el grosor del aluminio del fuselaje, que es determinante desde un punto de vista estructural y mecánico, es sin embargo irrelevante desde el punto de vista del aislamiento térmico.

(d) Calcula el valor de la temperatura en la superficie que sirve de interfaz de contacto entre el aluminio y el aislante. ¿Corrobora el resultado obtenido la afirmación del apartado anterior?

El avión posee tanto a babor como a estribor sendas hileras de ventanillas (24 por banda). Cada ventanilla tiene 20 cm de anchura y 25 cm de altura, y está formada por una lámina plana exterior de vidrio de espesor  $d_{\text{vidrio}} = 2 \text{ cm}$  y una lámina plana interior de polimetacrilato de metilo (plexiglass) de espesor  $d_{\text{plexiglass}} = 3 \text{ mm}$ , entre las que existe una cámara de aire. Las temperaturas en la cara interior y exterior de cada ventanilla son  $20^{\circ}\text{C}$  y  $-40^{\circ}\text{C}$ , respectivamente. Se sabe que a través de una ventanilla se escapa el doble de potencia calorífica que por una porción de fuselaje aislante/aluminio de la misma área.

(e) Despreciando nuevamente la convección, determina el espesor de la cámara de aire correspondiente a cada ventanilla. ¿Tiene el fuselaje anchura suficiente para albergar las ventanillas?

Datos adicionales. Conductividades térmicas:  $k(\text{vidrio}) = 0,8 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,  $k(\text{aluminio}) = 205 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,  $k(\text{plexiglass}) = 0,19 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,  $k(\text{aire}) = 0,024 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ .



PROBLEMA 3.14

3.15. Un almacén con forma cúbica de volumen  $27 \text{ m}^3$  tiene sus cuatro paredes laterales de hormigón de espesor 10 cm, recubiertas interiormente con un material aislante de espesor 5 cm. Se sabe que el techo tiene una resistencia térmica igual a  $0,10^{\circ}\text{C/W}$ , y el suelo se supone completamente aislado. La temperatura interior de las paredes y del techo se mantiene estacionaria en  $15^{\circ}\text{C}$ , mientras que la temperatura exterior de paredes y techo permanece en  $0^{\circ}\text{C}$ . Por último, también la temperatura del aire interior del almacén permanece estacionaria, en  $20^{\circ}\text{C}$ . En estas condiciones, calcule:

- (a) La resistencia térmica de una cualquiera de las paredes laterales, y la potencia calorífica que se pierde por cada una de ellas.
- (b) La temperatura que existe en la interfaz aislante-hormigón de las paredes laterales.
- (c) La resistencia térmica equivalente de todo el almacén, y la potencia calorífica total que se pierde.
- (d) El coeficiente de convección o película,  $\alpha_i$ , del aire interior del almacén sobre una cualquiera de las paredes laterales.
- (e) La temperatura del aire exterior al almacén, lejos de las paredes laterales y supuesta estacionaria.
- (f) La conductividad que debería tener un nuevo aislante, del mismo espesor que el antiguo, para que al sustituir este último por el nuevo, en cada pared lateral se lograra la mitad de pérdida calorífica. Suponga que ello no cambiaría las temperaturas extremas de las paredes.

Si la calefacción funciona permanentemente para compensar las pérdidas calculadas en el apartado (c), manteniendo así el estacionario, calcule:

- (g) El coste económico de 8 horas de funcionamiento, si el precio de la energía es 0,15 €/kWh y el aparato de calefacción tiene una eficiencia  $\eta$  del 85% ( $\eta = \text{potencia útil/pot. consumida}$ ).

Si justo antes de encender la calefacción el aire interior del almacén estaba a 0 °C, calcule:

- (h) El tiempo que se tardó en lograr los 20 °C estacionarios en todo el volumen de aire interior, y el coste económico que supuso. Suponga que se usa en promedio un 70% de la potencia empleada en (g), pues el aparato tiene una potencia que aumenta y disminuye adecuadamente para optimizarse.

*Datos adicionales.* Conductividades térmicas:  $k(\text{aislante}) = 0,04 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ ,  $k(\text{hormigón}) = 0,9 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ ; coeficiente de convección:  $\alpha_{\text{ext}}(\text{aire}) = 3,7 \text{ W}/(\text{m}^2^\circ\text{C})$ ; calor específico:  $c_p(\text{aire}) = 10^3 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})$ ; densidad:  $\rho(\text{aire}) = 1,2 \text{ kg}/\text{m}^3$ .

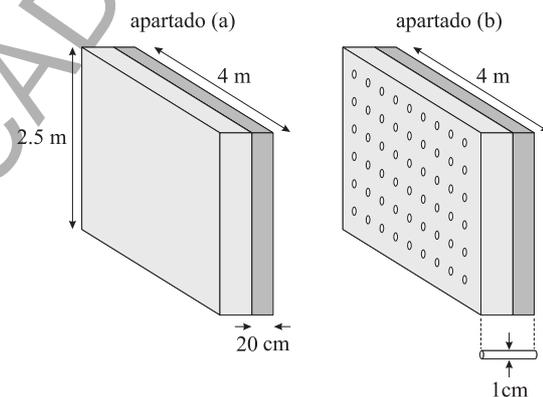
3.16. Una empresa recibe el encargo de diseñar una cámara frigorífica cuyas pérdidas por conducción a través de cada pared no supere los 100 vatios. Las paredes, de 4 metros de largo por 2,5 metros de alto, están formadas por un muro de ladrillo refractario, de 20 cm de grosor, seguidas de un aislante de poliestireno expandido del grosor adecuado. Si la temperatura en la pared interior de la cámara debe ser -30 °C, y la temperatura en la pared exterior es igual a 20 °C, determine:

- (a) El grosor mínimo del aislante que habrá de instalarse para que las pérdidas por cada pared se ajusten a lo estipulado.

El montador enviado por la empresa, desconocedor de la ley de transmisión de Fourier, fija el aislante a la pared de ladrillo mediante pasadores cilíndricos de acero, espaciados 50 cm entre sí (54 tornillos en total), y de 1 cm de diámetro. Este deficiente montaje crea un "puente térmico" entre el interior y el exterior de la cámara frigorífica. Suponiendo que la temperatura en todas las caras interiores se mantiene a -30 °C, y las exteriores a 20 °C:

- (b) Determine la potencia calorífica que se perderá realmente a través de cada pared.

*Datos adicionales.* Conductividades térmicas:  $k(\text{ladrillo}) = 0,2 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}$ ,  $k(\text{poliestireno}) = 0,04 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}$ ,  $k(\text{acero}) = 100 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}$ .



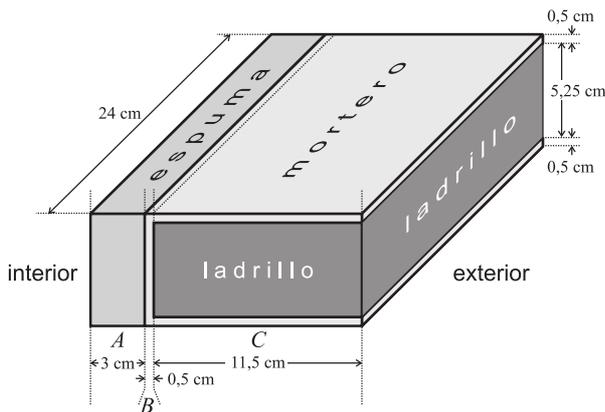
PROBLEMA 3.16

3.17. La pared de una habitación, de 3 m de alto y 5 m de ancho, está construida con ladrillos caravista macizos de 24 cm x 11,5 cm x 5,25 cm unidos mediante mortero, y está aislada térmicamente mediante una capa de espuma rígida en su cara interior. Tal y como se muestra en la figura, la unidad elemental de pared estaría constituida por un ladrillo recubierto de una capa de mortero de 0,5 cm, y otra capa adyacente de espuma rígida de 3 cm. En el régimen estacionario de conducción del calor, éste fluye perpendicularmente a la pared hacia el exterior, siendo la potencia calorífica perdida a través de la pared completa 350 W. Determine:

- (a) La resistencia térmica de las zonas A, B, C, y la del conjunto de las tres. Suponga para ello que la temperatura en la superficie frontera entre zonas es constante.

(b) La temperatura en la cara interior de la pared y en las fronteras entre las zonas A-B, B-C, cuando la temperatura de la pared exterior, tanto en el ladrillo como en el mortero, es  $-10^{\circ}\text{C}$ .

*Datos adicionales.* Conductividades térmicas:  $k(\text{ladrillo}) = 0,72 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,  $k(\text{mortero}) = 0,22 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,  $k(\text{espuma}) = 0,026 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ .



PROBLEMA 3.17

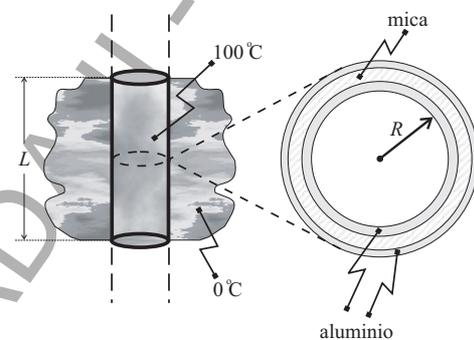
3.18. Una instalación industrial dispone entre sus elementos de un dispositivo que permite condensar vapor de agua a un ritmo constante y bajo control. Dicho dispositivo consta de un tramo de tubería cilíndrica vertical, de longitud  $L = 3 \text{ m}$  y radio interno  $R = 28 \text{ cm}$ , formada por dos capas de aluminio de 5 mm de espesor cada una, entre las que se dispone una capa de mica de 1 cm de espesor (véase figura). La pared exterior de la tubería se halla en contacto con un baño térmico formado por una mezcla de hielo y agua líquida, a una temperatura fija de  $0^{\circ}\text{C}$ . Por el interior de la tubería circula una corriente descendente de vapor de agua a una temperatura constante de  $100^{\circ}\text{C}$  que, al condensarse sobre la cara interna de la tubería, da lugar a agua líquida a  $100^{\circ}\text{C}$  que sale por el extremo inferior de la tubería. El conjunto funciona en estado estacionario de conducción del calor, siendo la temperatura de las caras interna y externa de la tubería  $100^{\circ}\text{C}$  y  $0^{\circ}\text{C}$ , respectivamente, y la potencia calorífica que atraviesa las paredes de la tubería  $\dot{Q} = 20000 \text{ W}$ . En tales condiciones:

- Calcula la resistencia térmica equivalente de la tubería de aluminio-mica-aluminio.
- Calcula el valor del coeficiente de conductividad térmica de la mica usada como relleno.
- Admitiendo que  $\dot{Q}$  procede íntegramente de la condensación del vapor de agua, calcula qué masa de agua

líquida a  $100^{\circ}\text{C}$  se generará en una hora de funcionamiento.

(d) Admitiendo que  $\dot{Q}$  es absorbida íntegramente por el hielo del baño térmico, que se funde dando lugar a agua líquida a  $0^{\circ}\text{C}$ , calcula la masa de hielo que se habrá fundido en una hora de funcionamiento.

*Datos adicionales.* Conductividad térmica:  $k(\text{aluminio}) = 205 \text{ W/mK}$ ; calores latentes:  $L_{\text{evap}}(\text{agua}) = 2256 \text{ J/g}$ ,  $L_{\text{fusion}}(\text{hielo}) = 335 \text{ J/g}$ .

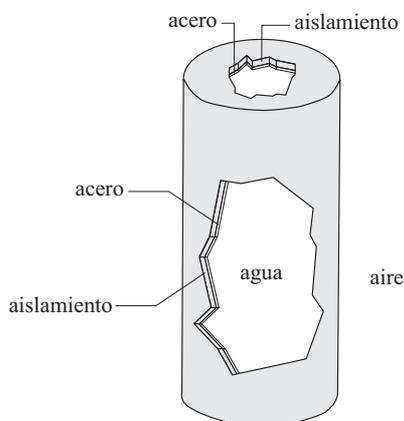


PROBLEMA 3.18

3.19. En la figura se muestra el acumulador donde se almacena el agua calentada por un sistema de captación de energía solar. Dicho recipiente es de forma cilíndrica, siendo sus dimensiones interiores 2 m de altura y 1 m de diámetro. La pared del acumulador está formada por una chapa de acero inoxidable, de 1 mm de grosor, recubierta exteriormente por una capa de aislante de 5 cm de espesor. La temperatura de la chapa de acero en contacto con el agua es de  $90^{\circ}\text{C}$ , mientras que la temperatura del aislante en contacto con el aire exterior es de  $15^{\circ}\text{C}$ . Determine:

- La resistencia térmica de la pared lateral del acumulador.
- La resistencia térmica de la pared superior y la de la pared inferior del acumulador.
- Las potencias caloríficas que fluyen por la pared lateral y por las paredes superior e inferior.
- La potencia calorífica total que escapa del acumulador y la resistencia térmica equivalente del acumulador.

*Datos adicionales:* Conductividades térmicas:  $k(\text{acero}) = 12,93 \text{ W/mK}$ ,  $k(\text{aislante}) = 0,035 \text{ W/mK}$ .



PROBLEMA 3.19

3.20. Considere una casa con una planta de  $10 \times 20 \text{ m}^2$  y paredes de 4 m de alto, todas de espesor 20 cm y de un material de conductividad térmica  $0,08 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ . La dos paredes de  $10 \times 4 \text{ m}^2$  (tipo A) no tienen ventanas. Las otras dos paredes (tipo B), de  $20 \times 4 \text{ m}^2$ , tienen tres ventanas cada una, de tamaño  $1,2 \times 1,8 \text{ m}^2$ , todas de doble hoja de vidrio, de 0,5 cm de espesor cada hoja, separadas por una cámara de aire de 1,5 cm de grosor. Calcule:

- (a) La resistencia térmica de una de las paredes tipo A.
- (b) La resistencia térmica de una de las ventanas de la pared tipo B.
- (c) La resistencia térmica del área no acristalada de una de las paredes tipo B; y la resistencia equivalente de toda una pared tipo B, incluyendo sus ventanas.
- (d) La resistencia térmica del conjunto de las cuatro paredes con sus ventanas.

Un termostato fija la temperatura del aire interior de la casa en el valor constante  $T_{AI} = 22^\circ\text{C}$ . Si se sabe que la temperatura del aire exterior a la casa, lejos de las paredes y ventanas, es estacionaria y de valor  $T_{AE} = 8,5^\circ\text{C}$ , calcule:

- (e) La potencia calorífica que se pierde a través de una de las ventanas (tenga en cuenta la convección del aire cercano a sus superficies interior y exterior).
- (f) Las temperaturas de las superficies interior y exterior de la ventana,  $T_{VI}$  y  $T_{VE}$ .

*Datos adicionales.* Conductividades térmicas:  $k(\text{vidrio}) = 0,8 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ ,  $k(\text{aire}) = 0,02 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ ; Coeficientes de convección o película:  $\alpha_{\text{int}}(\text{aire}) = 7 \text{ W}/(\text{m}^2^\circ\text{C})$ ,  $\alpha_{\text{ext}}(\text{aire}) = 15 \text{ W}/(\text{m}^2^\circ\text{C})$ .

3.21. En la figura se muestra un crisol para fundir metales, consistente en un recipiente de porcelana que está unido a un mango de longitud 150 cm. El crisol contiene 0,5 kg de

cinc (Zn) a una temperatura inicial de  $25^\circ\text{C}$ . Se introduce el recipiente del crisol en el horno y se eleva la temperatura del cinc hasta  $500^\circ\text{C}$ , lo que provoca su fusión a la temperatura de  $420^\circ\text{C}$ . Calcule:

- (a) La cantidad de calor total que debe aportarse al cinc para que alcance la temperatura final de  $500^\circ\text{C}$ .

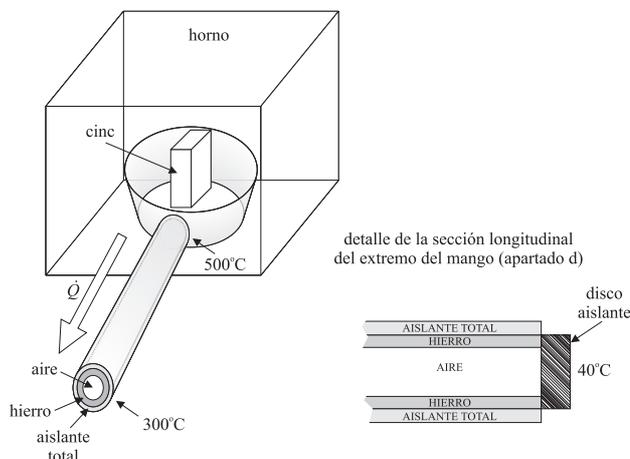
El mango del crisol está formado por una barra de hierro (Fe) hueca, de radio exterior 1,5 cm, y radio interior 1 cm. La cara exterior de la barra está forrada en toda su longitud por un aislante térmico, lo que impide la propagación del calor en la dirección radial. El extremo del mango en contacto con el recipiente de porcelana se encuentra a la temperatura del horno,  $500^\circ\text{C}$ , mientras que la temperatura del extremo opuesto es  $300^\circ\text{C}$ . Calcule:

- (b) Las resistencias térmicas del aire interior y del hierro a la propagación del calor en la dirección longitudinal, y la de ambos conjuntamente.
- (c) La potencia calorífica total,  $\dot{Q}$ , que fluye a lo largo del mango.

Para evitar quemaduras al tocar el extremo de la barra, que se encuentra a  $300^\circ\text{C}$ , se opta cubrirla con un disco circular de material aislante de conductividad  $k = 0,05 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ . El disco tiene el mismo radio que la barra, 1,5 cm, y su espesor es 1 cm. Calcule:

- (d) La potencia calorífica que fluirá a lo largo del mango tras acoplar el disco aislante en su extremo, sabiendo que la temperatura de su cara exterior es  $40^\circ\text{C}$ .

*Datos adicionales.* Calores específicos:  $c_p(\text{Zn sólido}) = 0,38 \text{ kJ}/(\text{kg}^\circ\text{C})$ ,  $c_p(\text{Zn líquido}) = 0,51 \text{ kJ}/(\text{kg}^\circ\text{C})$ ; calor latente de fusión:  $L_{\text{fus}}(\text{Zn}) = 118 \text{ kJ}/\text{kg}$ ; conductividades térmicas:  $k(\text{Fe}) = 60 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ ,  $k(\text{aire}) = 0,03 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ .



PROBLEMA 3.21

## Cuestiones

3.1. Sean dos barras  $A$  y  $B$  de distintos materiales, de coeficientes de dilatación lineal respectivos  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$ . A una determinada temperatura,  $T_0$ , las respectivas longitudes son iguales entre sí,  $L_A = L_B$ . Partiendo de esa situación hacemos que ambas barras experimenten una misma variación de temperatura  $\Delta T$ , y al final observamos que  $L_A > L_B$ . Señale la opción correcta:

- (a) Si  $\Delta T < 0$  entonces  $\alpha_A > \alpha_B$ .
- (b) Si  $\Delta T > 0$  entonces  $\alpha_A < \alpha_B$ .
- (c) Si  $\Delta T < 0$  entonces  $\alpha_A < \alpha_B$ .
- (d) Tanto si  $\Delta T > 0$  como si  $\Delta T < 0$  será  $\alpha_A > \alpha_B$ .

3.2. Dos barras rectilíneas  $A$  y  $B$ , del mismo material y la misma sección transversal  $S$ , están inicialmente a la misma temperatura  $T_0$ . Sean  $L_A = 5$  m y  $L_B = 1$  m las longitudes respectivas a esa temperatura. Aportamos a cada barra el calor necesario para que ambas adquieran una misma temperatura final  $T > T_0$ . Entonces:

- (a) La sección transversal  $S$  aumentará más en la barra de mayor longitud.
- (b) Dado que ambas barras son del mismo material incrementarán su longitud en la misma proporción  $\Delta L/L$ .
- (c) Es posible que para una cierta temperatura final ambas barras lleguen a tener la misma longitud.
- (d) La diferencia  $L_A - L_B$  es originalmente 4 m, y seguirá siendo 4 m después de calentar las barras aunque se hayan dilatado.

3.3. Una viga recta de acero ( $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ), de 10 m de longitud y de  $1 \text{ m}^3$  de volumen a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , pasa a estar a  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ese aumento de temperatura provoca un incremento de

- (a) 1,2 cm en la longitud de la viga.
- (b)  $36 \text{ cm}^3$  en el volumen de la viga.
- (c) 2,4 cm en la longitud de la viga.
- (d)  $1080 \text{ cm}^3$  en el volumen de la viga.

3.4. La magnitud del esfuerzo térmico  $F/S$  que se produce debido a un incremento de temperatura  $\Delta T$  en una viga rectilínea, de sección despreciable frente a su longitud, cuyos extremos permanecen fijos, hecha de un material cuyo coeficiente de dilatación cúbica es  $3\alpha$  y cuyo módulo de Young es  $E$  viene dada por:

- (a)  $\frac{F}{S} = \alpha E \Delta T$ .
- (b)  $\frac{F}{S} = \gamma E \Delta T$ .
- (c)  $\frac{F}{S} = \gamma \Delta T / E$ .
- (d)  $\frac{F}{S} = \frac{E \Delta T}{\gamma}$ .

3.5. Entre las paredes exteriores de dos edificios contiguos se encajan ciertas vigas para apuntalar uno de ellos que corre peligro de derrumbamiento. Unas vigas se disponen horizontalmente y otras inclinadas. Algunas vigas son de madera y otras son de acero, siendo en general el módulo de Young,  $E$ , y el coeficiente de dilatación lineal,  $\alpha$ , para el acero mayores que para la madera. Entonces, ante un incremento de la temperatura  $\Delta T$ , podemos afirmar que

- (a) las vigas del mismo material dispuestas de ambas formas se dilatarán la misma longitud  $\Delta l$  si no se lo impedirían las paredes.
- (b) las vigas oblicuas sufren mayores esfuerzos térmicos que las horizontales del mismo material por tener las primeras mayor longitud  $l_0$  que las segundas.
- (c) las vigas de acero sufrirán mayores esfuerzos térmicos que las de madera.
- (d) Ninguna de las otras aseveraciones es cierta.

3.6. El calor

- (a) es una forma de energía, siempre en tránsito, que se produce exclusivamente en virtud de la diferencia de temperaturas entre dos cuerpos.
- (b) es un fluido invisible e imponderable.
- (c) se mide en grados centígrados en el Sistema Internacional.
- (d) se mide en kelvin en el Sistema Internacional.

3.7. El calor necesario para convertir la unidad de masa de hielo a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  de temperatura en agua líquida a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  es igual

- (a) a la capacidad calorífica del agua.
- (b) al calor latente de fusión del hielo.
- (c) al calor específico del hielo.
- (d) al calor latente de vaporización del agua.

3.8. Sean 2 kg de cierto material sólido de calor específico  $c_p = 1 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ , que funde a  $T_f = 1000^\circ\text{C}$  con un calor latente de fusión  $L_f = 10^4 \text{ J/kg}$ . Si inicialmente estaba a  $0^\circ\text{C}$ , ¿qué cantidad de calor debemos suministrar para obtener los 2 kg en estado líquido y a la temperatura de fusión?

- (a) 21 kJ.
- (b) 22 kJ.
- (c) 23 kJ.
- (d) 24 kJ.

3.9. El mecanismo de transmisión de calor que tiene como base el transporte de masa debido a diferencias de densidad en un fluido, se denomina

- (a) conducción.
- (b) radiación.
- (c) convección.
- (d) ebullición.

3.10. Sea una pared formada por dos láminas  $A$  y  $B$  en serie, utilizadas en el cerramiento de un edificio. Se cumple que la conductividad térmica y el espesor de  $A$  son mayores que los de  $B$ . En estado estacionario, el calor transmitido a través de las láminas por unidad de tiempo es

- (a) mayor en la lámina  $B$  por ser de menor espesor.
- (b) mayor en la lámina  $A$  por ser de mayor conductividad.
- (c) mayor en la lámina  $A$  por ser de menor resistencia térmica.
- (d) igual en ambas láminas.

3.11. Consideremos dos paredes planas homogéneas  $A$  y  $B$ . Las conductividades térmicas de los materiales de que están hechas cumplen  $k_A > k_B$ , las resistencias térmicas de las paredes cumplen  $R_A > R_B$  y la diferencia de temperatura entre las caras opuestas para cada pared es la misma,  $\Delta T_A = \Delta T_B$ . En régimen estacionario y despreciando las pérdidas laterales, indica cuál de las dos paredes deja pasar más calor por unidad de tiempo:

- (a) La pared  $A$ .
- (b) La pared  $B$ .
- (c) Para contestar esta pregunta es necesario conocer los espesores de ambas paredes.
- (d) Para contestar esta pregunta es necesario conocer cuál de las dos paredes tiene mayor espesor.

3.12. Sean  $T_1$  y  $T_2$  las temperaturas de las paredes interior y exterior de una tubería metálica. Se desea *reducir a la mitad* la transferencia de calor a través de las paredes de la tubería *sin modificar su radio interior*. Para ello:

- (a) Sustituiremos la tubería por otra del mismo material, y doble espesor de pared.
- (b) Sustituiremos la tubería por otra de las mismas medidas pero de un material cuya conductividad sea la mitad de la original.
- (c) Sustituiremos la tubería por otra cuya resistencia térmica sea la mitad de la original.
- (d) Recubriremos la tubería con un aislante cuya conductividad sea la mitad que la del metal de la tubería, y cuyo espesor sea igual al de la pared metálica.

3.13. Una pared de grandes dimensiones tiene un ventanal en su parte central, siendo sus resistencias térmicas  $R_P$  y  $R_V$  respectivamente. Para reducir las pérdidas de calor se procede a aislar térmicamente *la pared* con una capa de material aislante cuya resistencia térmica es  $R_A$ . ¿Cuánto valdrá la resistencia térmica total del sistema pared-aislante-ventana?

- (a)  $R_{\text{total}} = R_P + R_A + R_V$ .
- (b)  $R_{\text{total}} = \left[ \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_V} \right]^{-1}$ .
- (c)  $R_{\text{total}} = \left[ \frac{1}{R_P + R_A} + \frac{1}{R_V} \right]^{-1}$ .
- (d)  $R_{\text{total}} = \left[ \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_A} \right]^{-1} + R_V$ .